

Symétries en physique

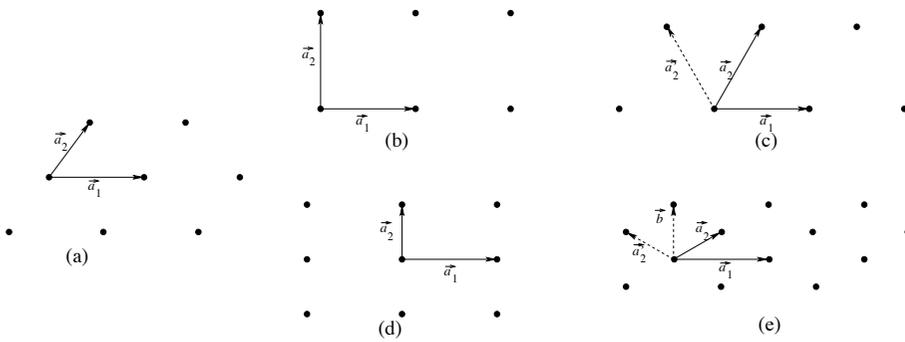
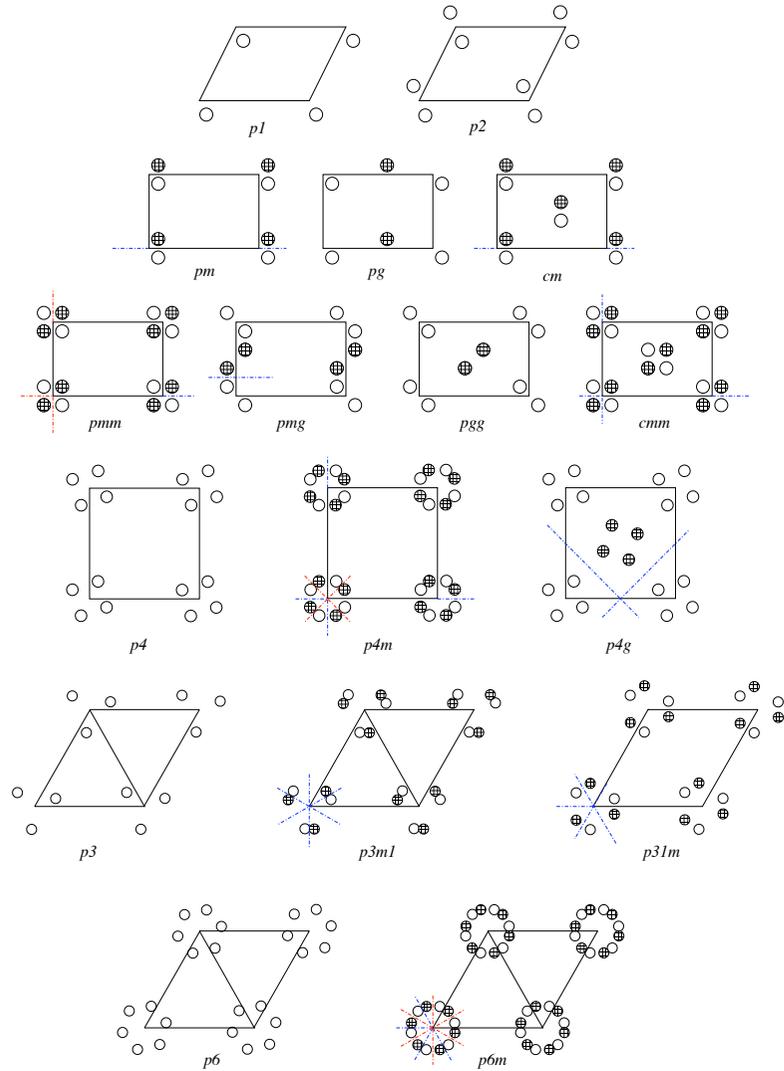
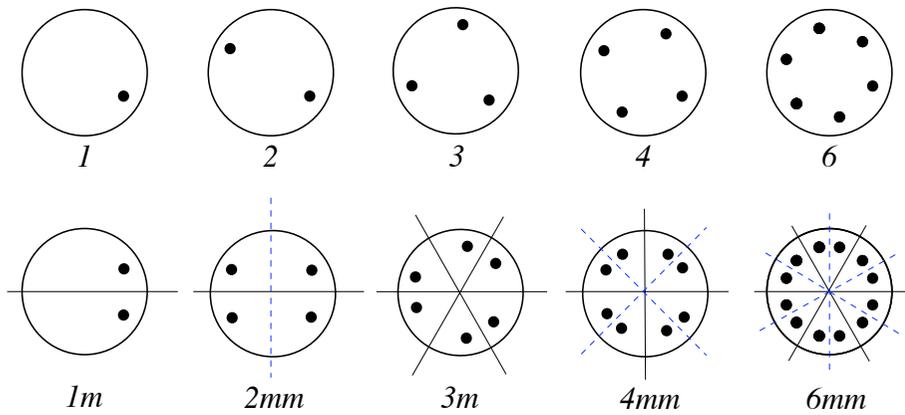
Cours du 13/01/2013.

2. Symétries géométriques. Cristaux à 3 d

Dimension d	Groupes ponctuels	Réseaux de Bravais	Systèmes réticulaires	Groupes d'espace
$d = 1$	2	1	1	2
$d = 2$	10	5	4	17
$d = 3$	32	14	7	230

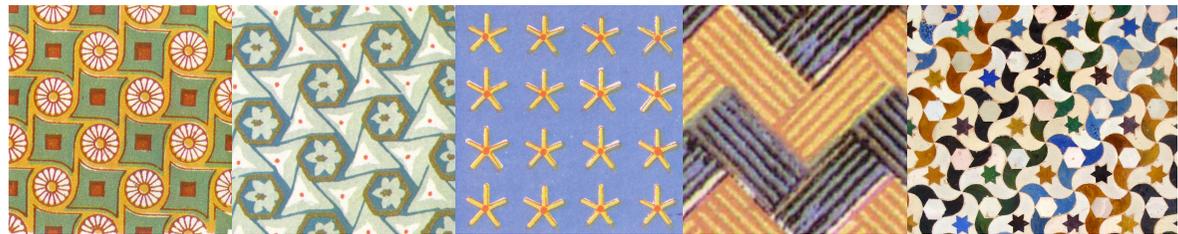
Nombre de classes de réseaux de Bravais et de groupes de symétries cristallines, selon la dimension d d'espace

10 groupes ponctuels, 5 réseaux de Bravais et 17 groupes d'espace à $d = 2$



Voici 18 pavages du plan : deux au moins appartiennent au même groupe, lesquels ?





p4 Égypte

p6 Perse

pm Égypte

pg Égypte

p3 Alhambra



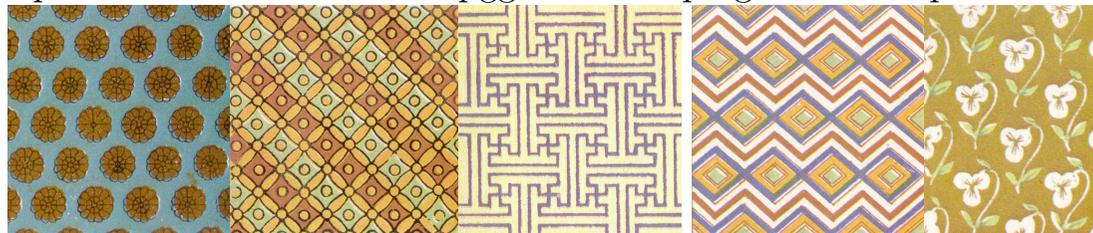
p2 Égypte

cm Égypte

pgg Assyrie

pmg Hawaï

p4m Égypte



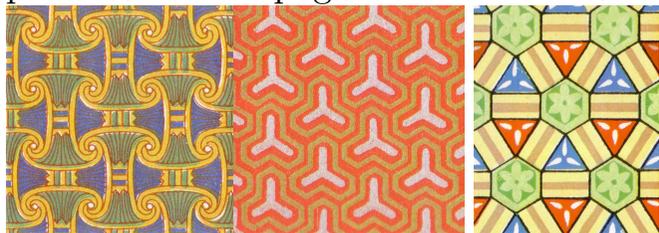
p6m Assyrie

pmm Égypte

p4g Chine

cmm Égypte

p1 Moyen-Âge



cmm Égypte

p31m Chine

p3m1 Perse

http://en.wikipedia.org/wiki/Wallpaper_group

Un peu de cristallographie à 3 dimensions

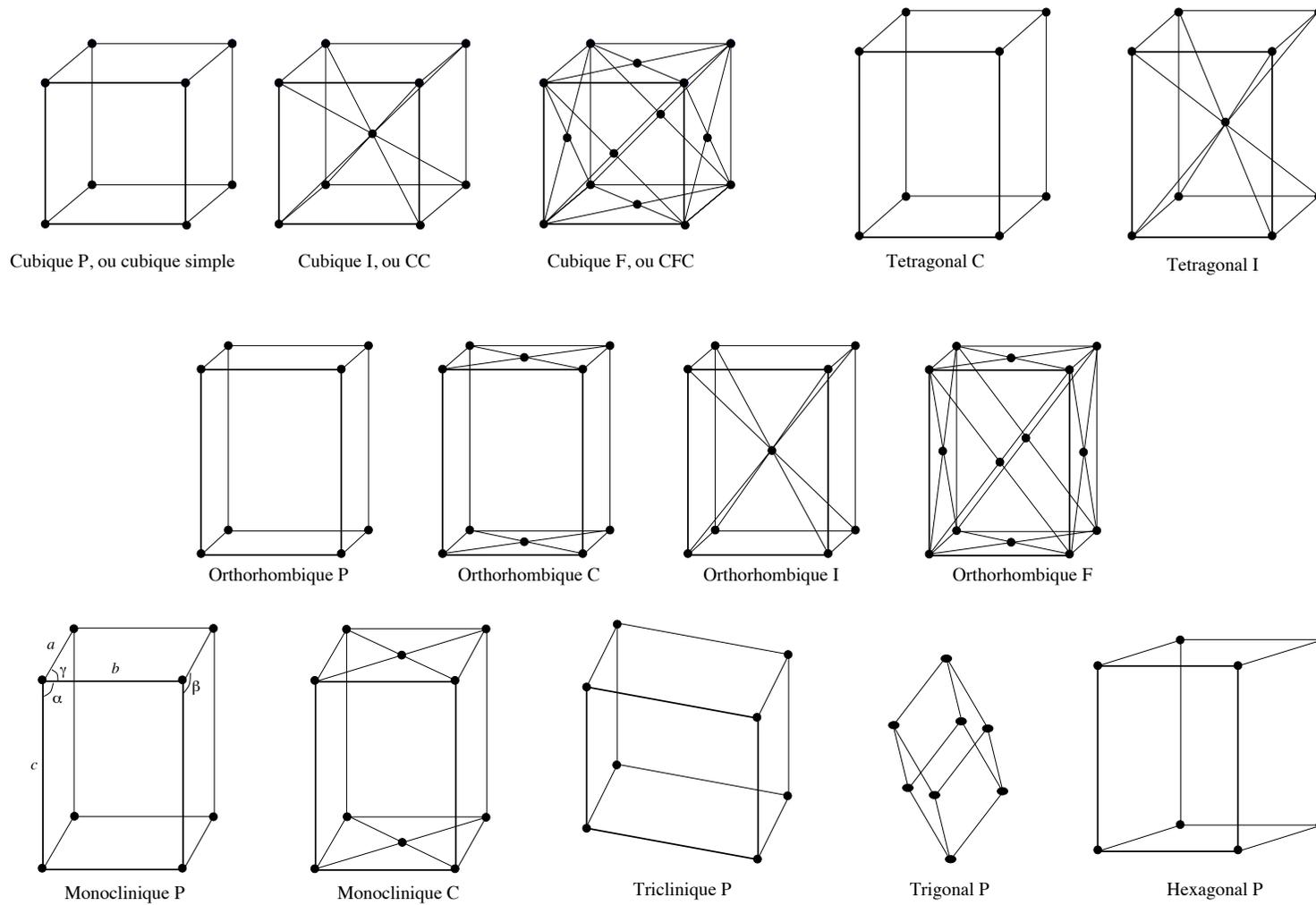


FIGURE 1 – Les 14 types de réseaux de Bravais à 3 dimensions.

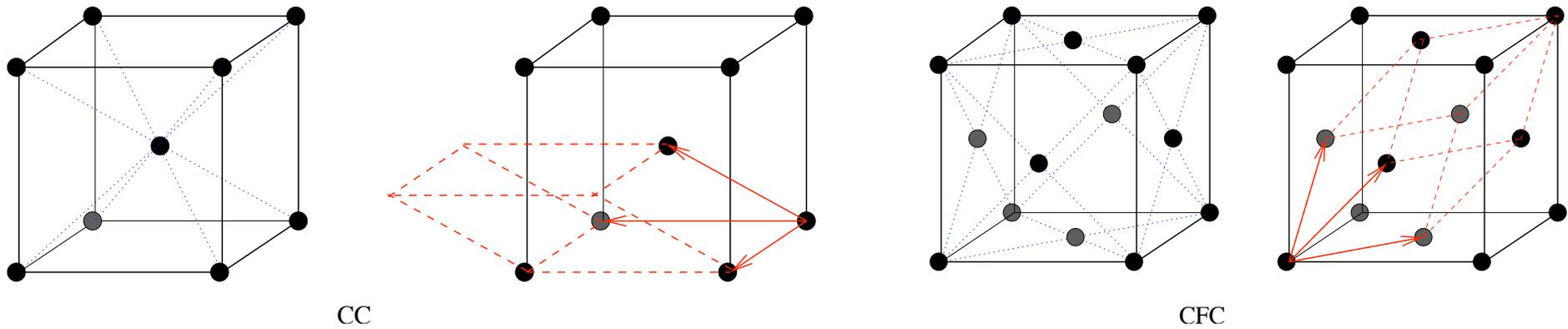


FIGURE 2 – Réseaux cubique centré et cubique à faces centrées. On a dessiné un choix de maille primitive en lignes (tirets) rouges. La symétrie cubique n'est pas évidente sur cette maille primitive!

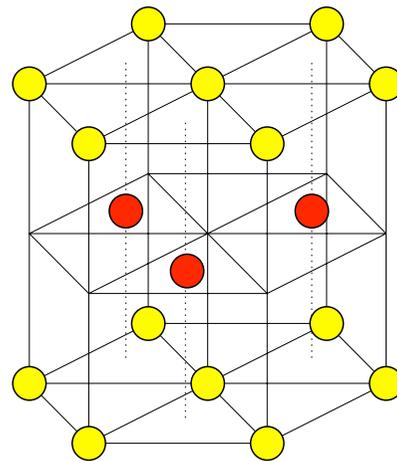


FIGURE 3 – Le réseau hexagonal compact. Les atomes de la couche intermédiaire sont à la verticale des centres de gravité de la moitié des triangles des couches voisines.

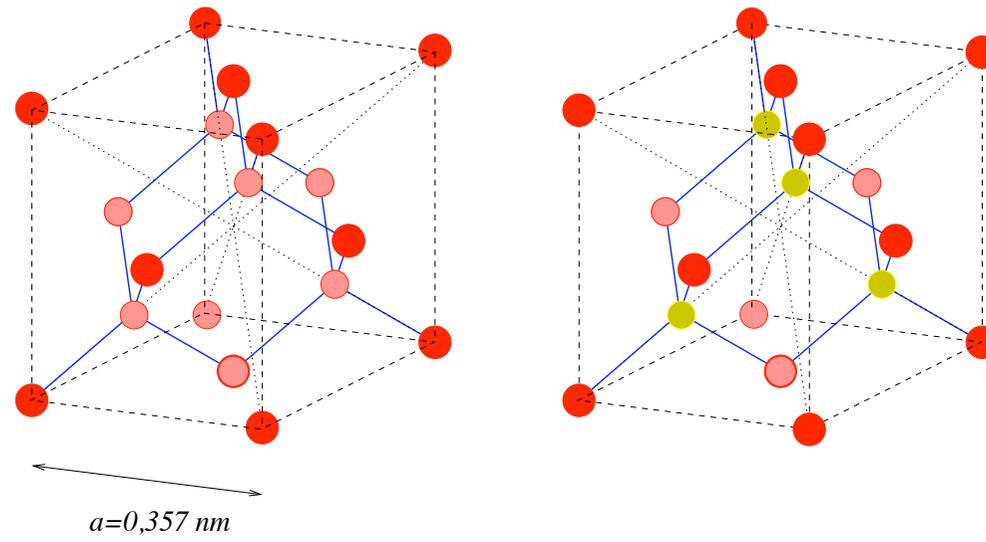


FIGURE 4 – Les réseaux cristallins du diamant et de la blende ZnS. Réseau CFC avec un motif C-C ou Zn-S.

Y-a-t-il une symétrie d'inversion ?

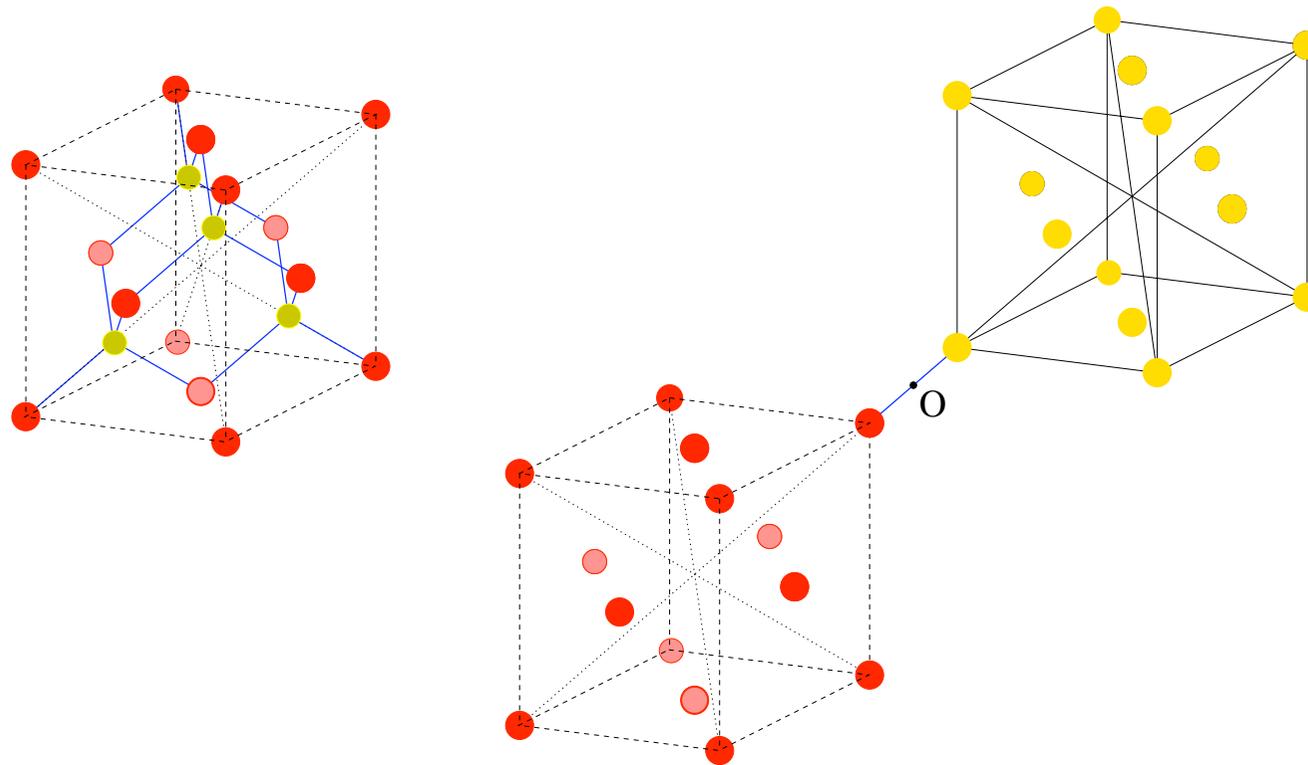


FIGURE 5 – Cristal de blende ZnS : 2 réseaux CFC décalés de $\frac{1}{4}(a, a, a)$

L'inversion par rapport à O échange les Zn et les S.

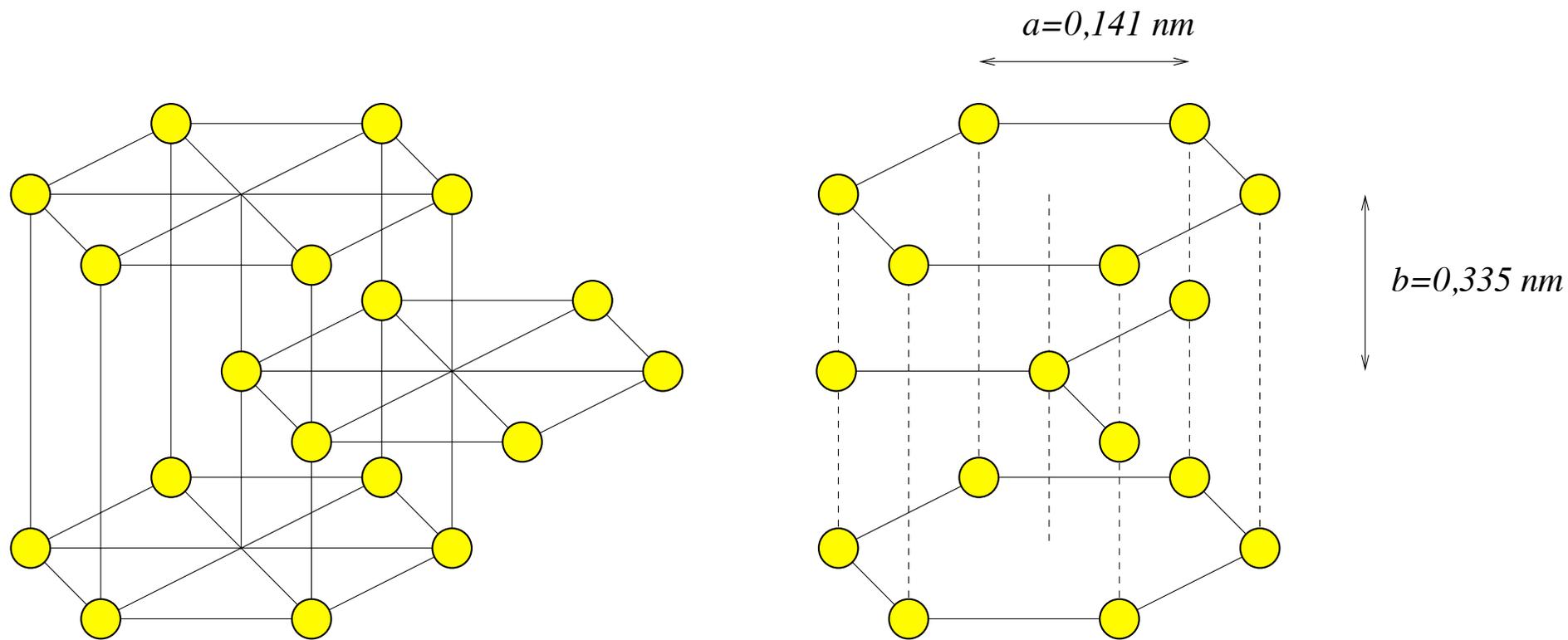


FIGURE 6 – Deux représentations de la maille du graphite (pas à l'échelle!)

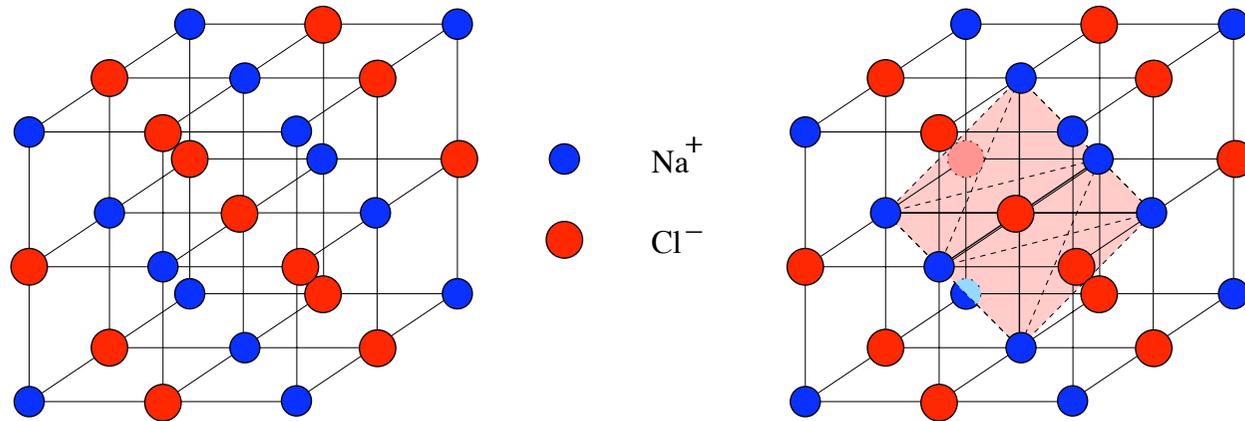


FIGURE 7 – Le cristal de NaCl : 2 réseaux CFC décalés de $\frac{1}{2}(a, a, a)$. Chaque ion de Cl a pour plus proches voisins 6 ions Na qui forment un octaèdre centré sur lui, (ici en tirets), et vice versa.

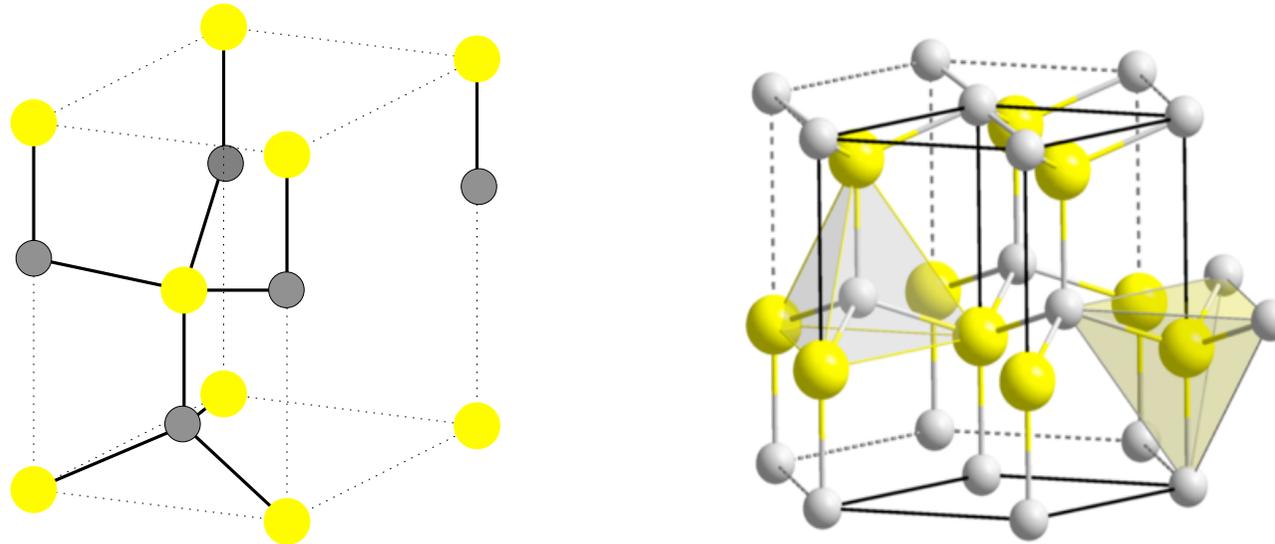


FIGURE 8 – Deux représentations du cristal de wurtzite, formé de deux réseaux hexagonaux de Zn et de S qui s'entrelacent. Chaque Zn est au centre d'un tétraèdre de S, et vice versa.

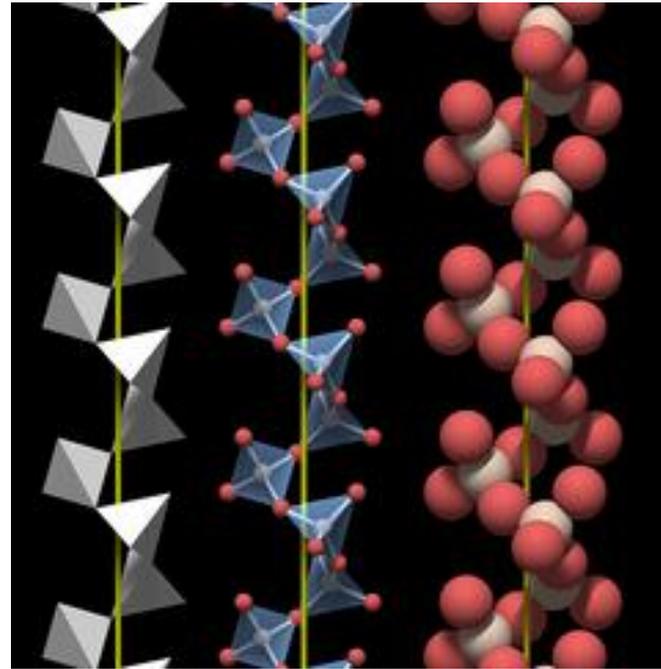
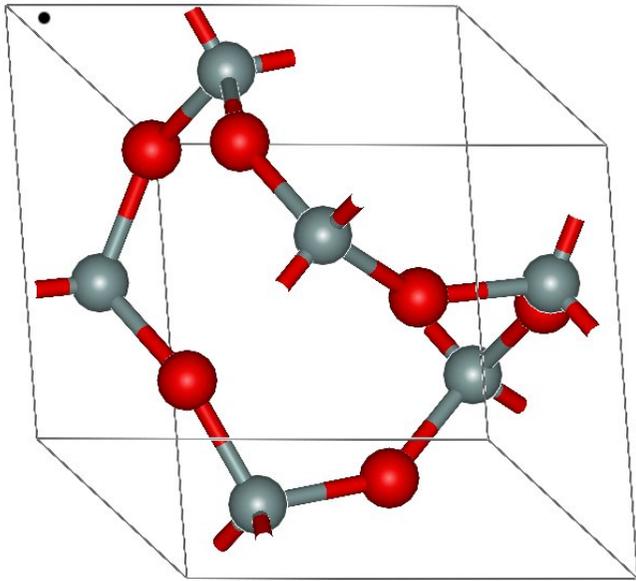


FIGURE 9 – Structure cristalline du quartz α

Nombres d'atomes par maille, compacité

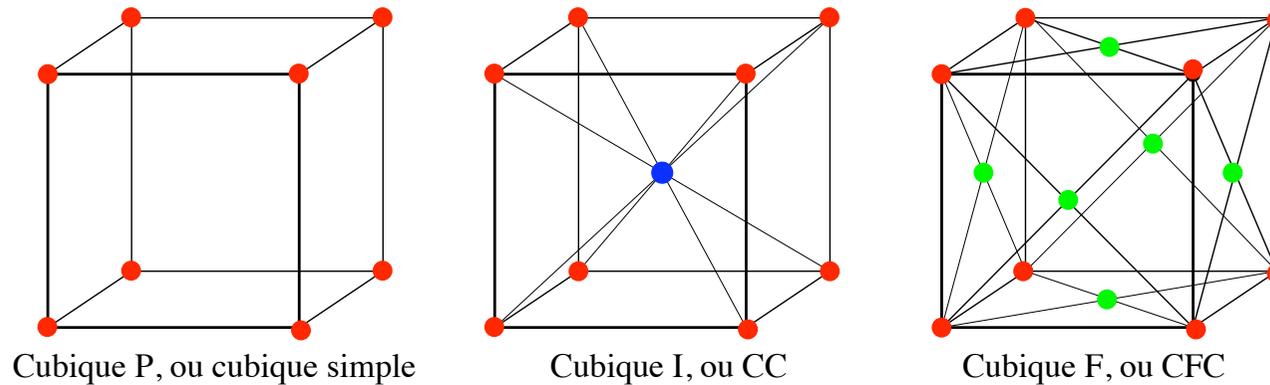


FIGURE 10 – Réseaux cubiques. Combien d'atomes par maille ?

Nombre d'atomes

$$\text{CS} : 8 \times \frac{1}{8} = 1; \quad \text{CC} : 8 \times \frac{1}{8} + 1 = 2; \quad \text{CFC} : 8 \times \frac{1}{8} + ? = ?$$

$$\text{Compacité } \tau = \sum \frac{4\pi}{3} r_i^3 / a^3$$

$$\text{CS} : \tau = \frac{4\pi}{3} r^3 / a^3; \quad \text{CC} : \tau = \frac{4\pi}{3} (r_1^3 + r_2^3) / a^3; \quad \text{CFC} : \tau = \frac{4\pi}{3} ? / a^3$$

Densités de corps cristallisés

Comparons le diamant et le graphite

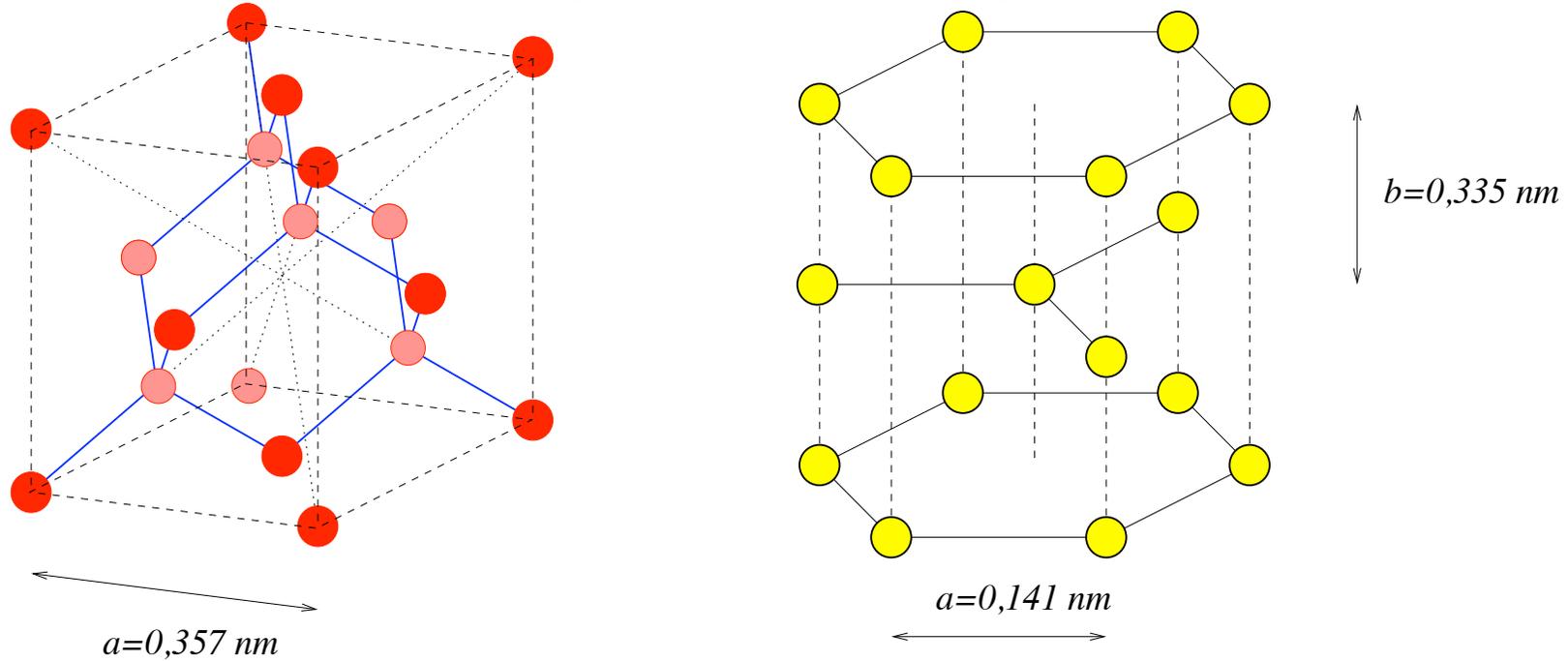


FIGURE 11 – Combien d’atomes de C par maille ? Quelle densité ?

Diamant : $\# = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} + 4 = 8$ atomes. Graphite : $\# = 12 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{3} + 1 = 4$ atomes

Volume de la maille $v_D = a^3$, $v_G = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right)(2b)$

Densité $d = 12 \# / (\mathcal{N}v) \implies d_D = 3,50 \text{ g/cm}^3$, $d_G = 2,30 \text{ g/cm}^3$