
La physique statistique de l'intelligence artificielle

Leticia F. Cugliandolo

Sorbonne Université

`leticia@lpthe.jussieu.fr`

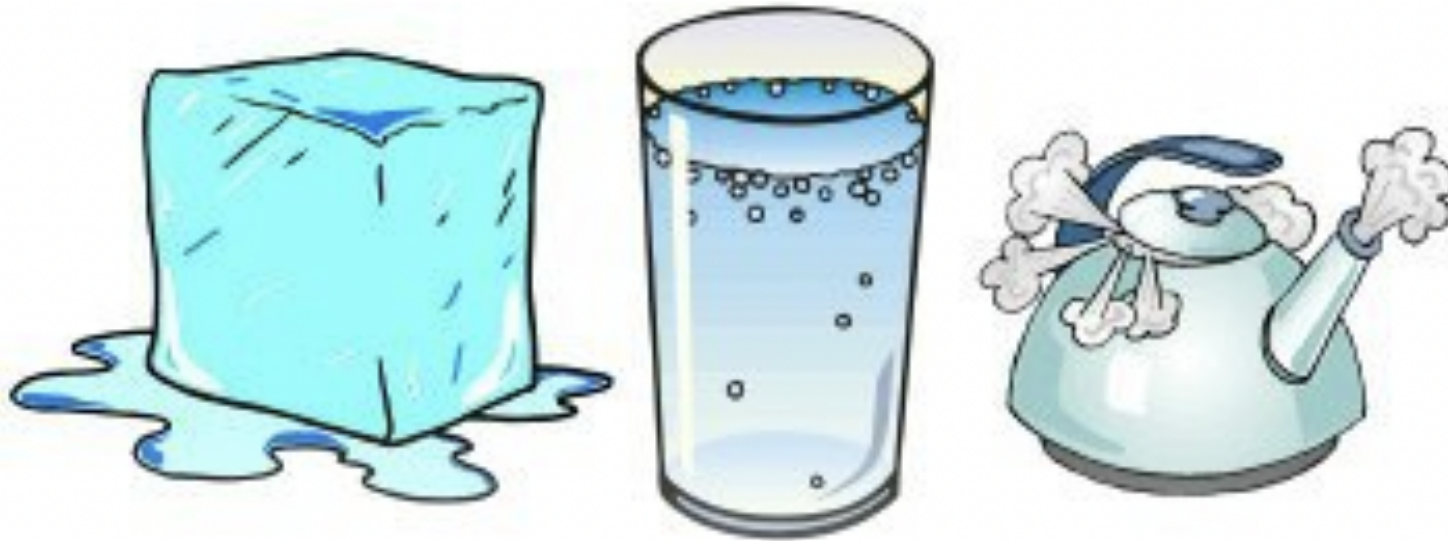
`www.lpthe.jussieu.fr/~leticia`

Marrakesh, 2025

Un peu de physique

Les états de la matière

Par exemple, H_2O et ses transitions de phase



La glace $\xrightarrow{0^\circ\text{C}}$ l'eau $\xrightarrow{100^\circ\text{C}}$ la vapeur

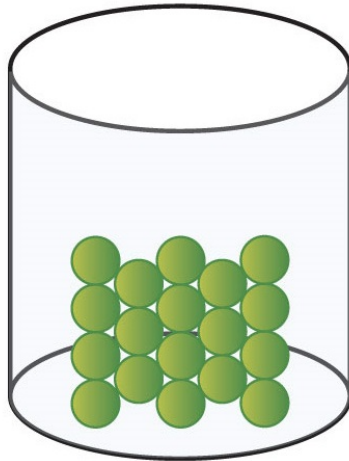
Les molécules sont toujours les mêmes H_2O

Un changement physique s'opère, mais pas chimique

Les états de la matière

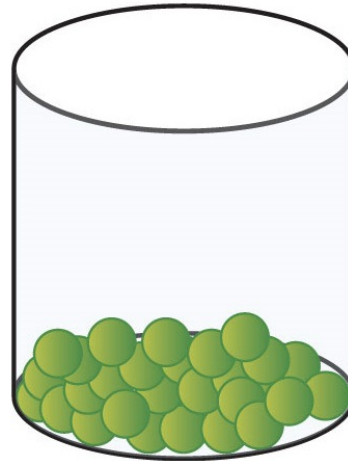
Par exemple, H_2O et ses propriétés microscopiques

La glace



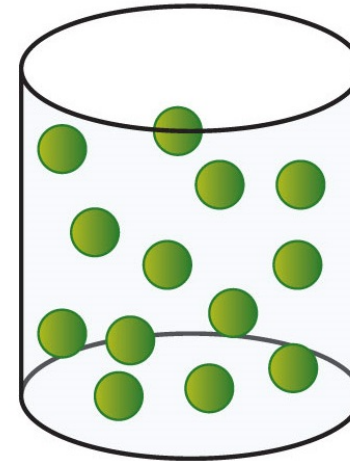
Solide

l'eau à boire



Liquide

la vapeur



Gaz

rigidité

oui

non

non

forme

fixe

non

non

compressible

non

non

oui

coule

non

oui

oui

structure
microscopique

ordonné

désordonné

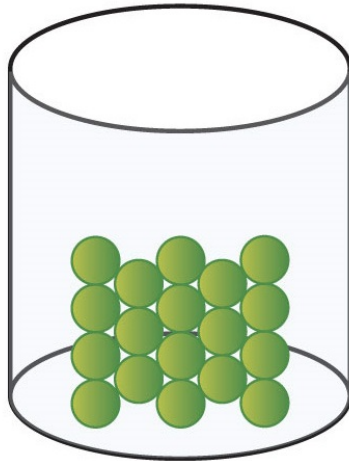
désordonné

Macroscopique

Les états de la matière

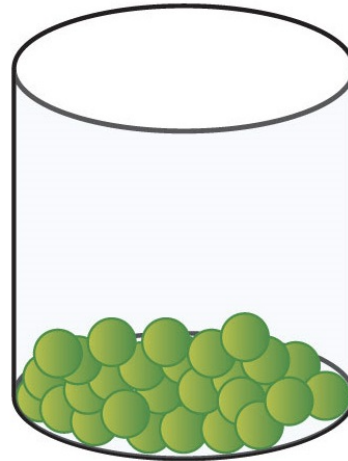
Par exemple, H₂O et ses propriétés macroscopiques

La glace



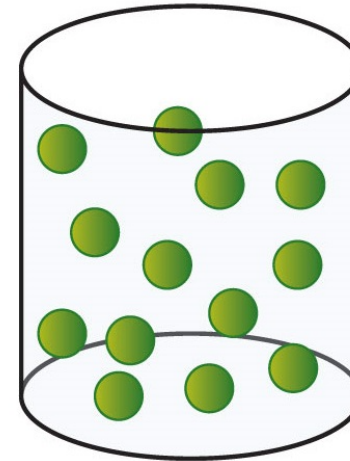
Solide

l'eau à boire



Liquide

la vapeur



Gaz

rigidité

oui

non

non

forme

fixe

non

non

compressible

non

non

oui

coule

non

oui

oui

structure

microscopique

ordonné

désordonné

désordonné

Macroscopique

Modèles

de la nature

Understanding the complex by studying the simple

Le cadre : physique **classique non-relativiste**

sans effets quantiques $\hbar \rightarrow 0$, basses vitesses $v/c \rightarrow 0$

Les **constituents** :

On simplifie, on passe de molécules à des sphères.

On propose un modèle pour les **interactions** entre sphères :

Les forces.

La physique statistique

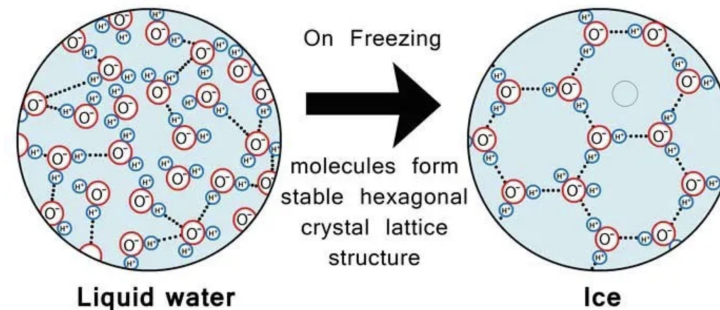
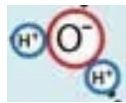
Du microscopique au macroscopique

Elle développe des modèles simples et des méthodes mathématiques pour

microscopique



macroscopique



Elle décrit le **macroscopique** et les **transitions de phase** (de façon très précise)

La théorie des probabilités et la statistique sont centrales $1 \mapsto N \gg 1$

Pendant longtemps l'intérêt principale a porté sur les matériaux, e.g.

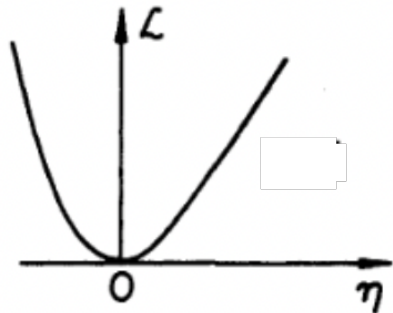
F. D. Haldane (Princeton), J. M. Kosterlitz (Brown) & D. J. Thouless (Seattle) - UK

Nobel 2016 “for theoretical discoveries of topological phase transitions and topological phases of matter”

Les paysages

une representation utile - dérivée mathématiquement

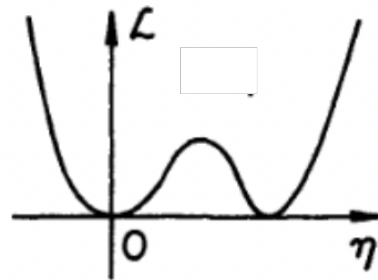
$$T = 30^{\circ}\text{C}$$



liquide

$$\eta = 0$$

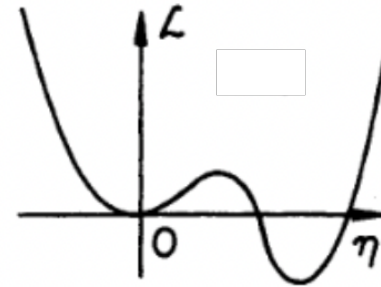
$$T = 0^{\circ}\text{C}$$



co-existence liquide-glace

la transition

$$T = -0.1^{\circ}\text{C}$$



glace

$$\eta \neq 0$$

Les états de la matière sont les vallées les plus profondes

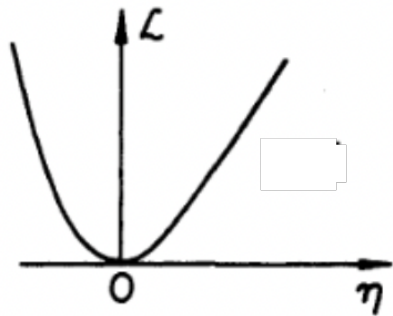
L. D. Landau *On the theory of phase transitions*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 7, 19 (1937)

(Kharkov/Moscou) **Nobel 1962**

Les paysages

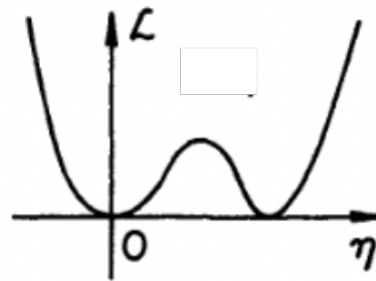
chaque vallée a une interprétation

$T = 30^{\circ}\text{C}$



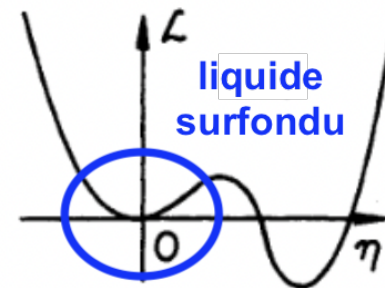
liquide

$T = 0^{\circ}\text{C}$



co-existence liquide-glace

$T = -0.1^{\circ}\text{C}$



glace

la transition

La glace (vallée la plus profonde) est stable en dessous de $T = 0^{\circ}\text{C}$
mais on peut surfondre l'eau liquide (metastable) à $T \lesssim 0^{\circ}\text{C}$

L. D. Landau *On the theory of phase transitions*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 7, 19 (1937)

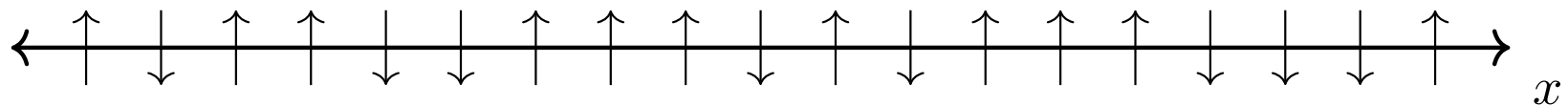
(Kharkov/Moscou) **Nobel 1962**

Un autre exemple physique

Les systèmes magnétiques

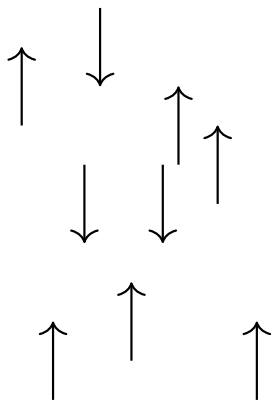
Les aimants sont plus simples à étudier

Un réseau regulier unidimensionnel



↑ ↓ un moment magnétique : une flèche ou une variable $s = \pm 1$

Dans l'espace en trois dimensions, les positions sont regulières ou **aléatoires**



L'**interaction** entre les **flèches** et la température

decide de

l'ordre (alignement des flèches) - **magnétisme** $m \neq 0$

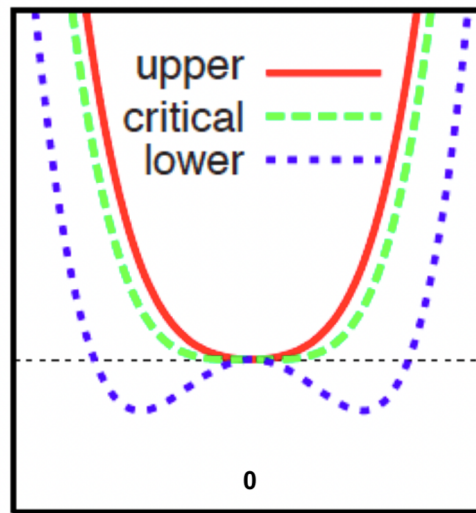
désordre (manque d'alignement) $m = 0$

des flèches

Le paysage

Energie libre : deux vallées $m \neq 0$ à basse température

$T > T_c$ $T < T_c$



aucune aimantation

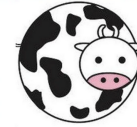
deux possibles aimants actifs

la transition

L. D. Landau *On the theory of phase transitions*, Zh. Eksp. Teor. Fiz. 7, 19 (1937)
(Kharkov/Moscou) **Nobel 1962**

Fonction coût

Le modèle de la vache spherique



Le **modèle standard** du comportement vitreux

Saut conceptuel !

$$\mathcal{E} = \underbrace{\sum_{i \neq j \neq k \neq l}}_{\text{somme sur groupes de } p = 4} \underbrace{J_{ijkl}}_{\text{interactions}} \underbrace{s_i s_j s_k s_l}_{\text{variables}}$$

Il y a $i, j, k, l = 1, \dots, N$ variables

et $N(N-1)(N-2)(N-3)/4$ couplages J_{ijkl} tirés d'une p.d.f.

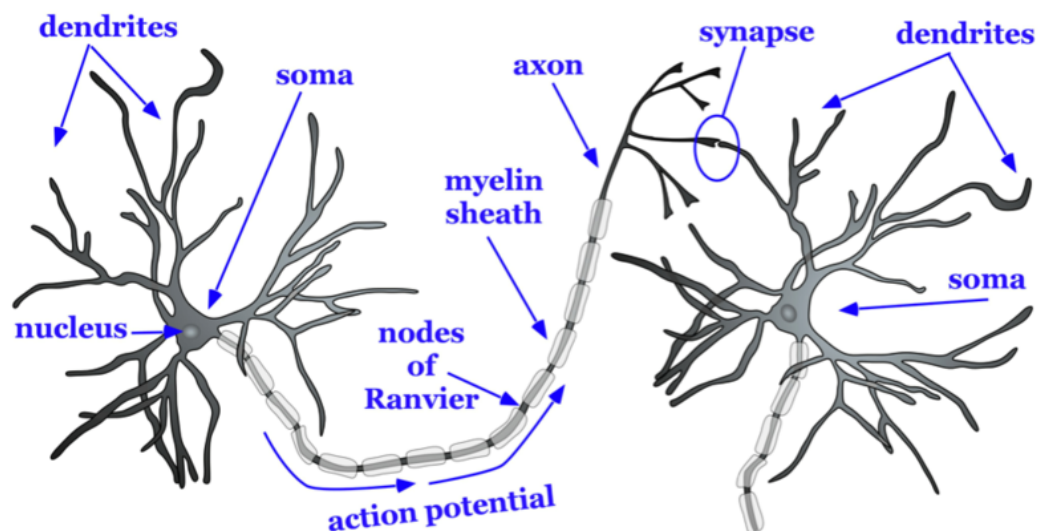
(par ex. $J_{ijkl} = +1$ ou $J_{ijkl} = -1$)

Phenomenologie: **thermodynamique, temps de relaxation, paysages**

Neurosciences

Les neurones

et leurs connections



neurone pré-synaptique – synapse – neurone post-synaptic

directional connection

une “molecule”

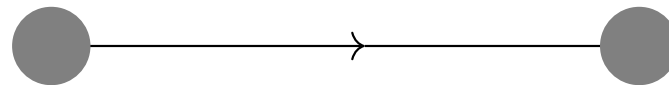
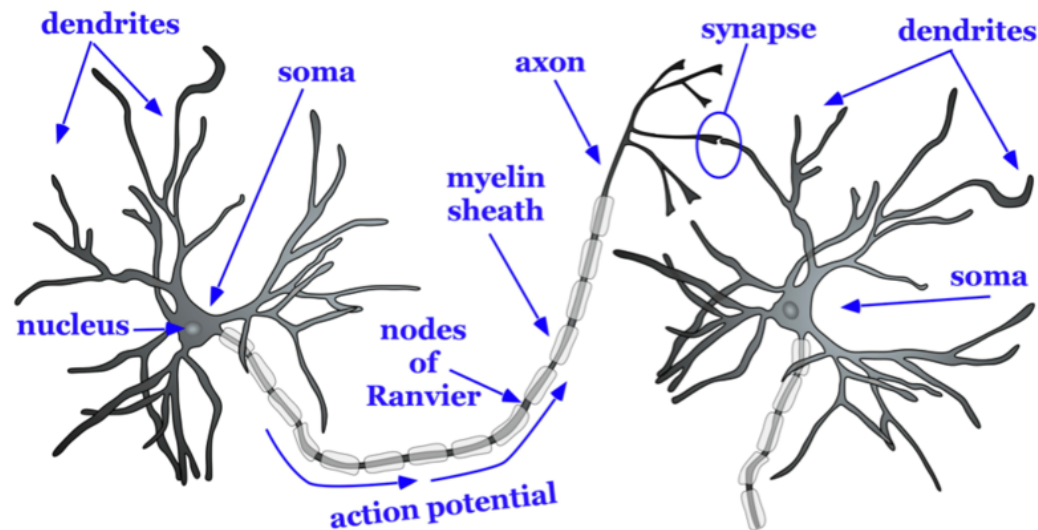
une autre “molecule”

S. Ramón y Cajal, ca. 1890 (Madrid) **Nobel 1906** Physiologie et Medecine

Image **M. J. Hove & S. A. Martínez**, *Brain & Behaviour* 2024

Les neurones

on les modelise d'une façon aussi simple que possible



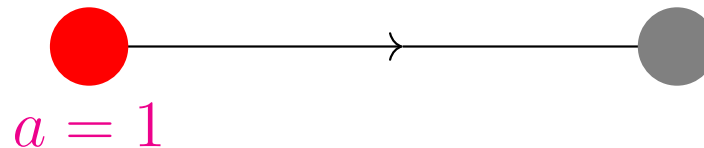
W. S. McCulloch & W. Pitts Bull. Math. Biophys. 5, 115 (1943)
(neurophysiologiste & logicien à Chicago)

Les neurones

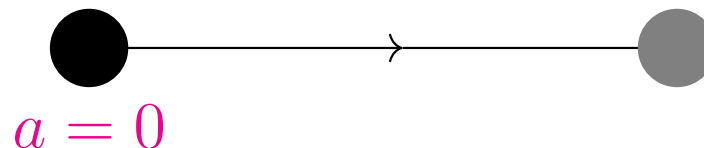
ainsi que leurs connections et leur activité

- le neurone pré-synaptique est actif et envoie de l'information ("fire")

au neurone post-synaptique



- le neurone pré-synaptique est quiescent



On transforme de $a = 0, 1$ (Booléen) à $s = \pm 1$ (spin) avec $a = (s + 1)/2$ ou
 $s = 2a - 1$

Les neurones

et le signal reçu

- le neurone récepteur reçoit l'information envoyée par le neurone émetteur

ponderé par le poids w synaptique



- si le neurone pré-synaptique est quiescent aucun signal arrive au deuxième neurone



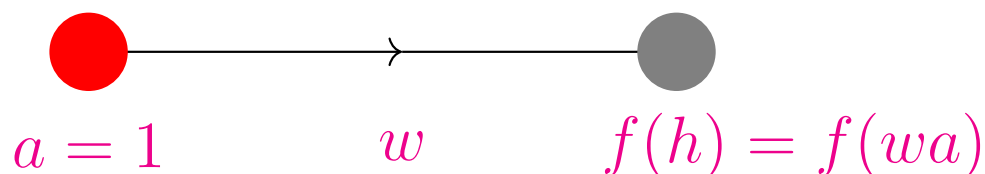
- Le synapses peuvent être inhibitrices ($w = -1$) ou excitatrices ($w = 1$)

Les neurones

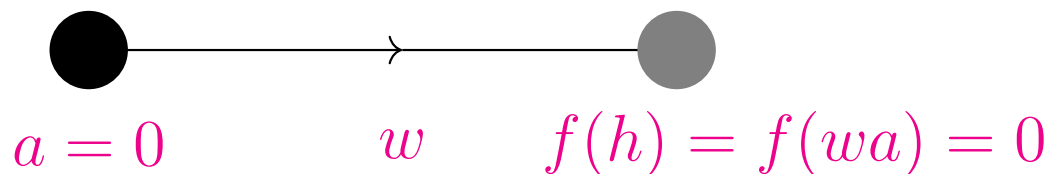
et leur interpretation du signal reçu

- le neurone récepteur reçoit l'information envoyée par le neurone emetteur

ponderé par le poids w synaptique



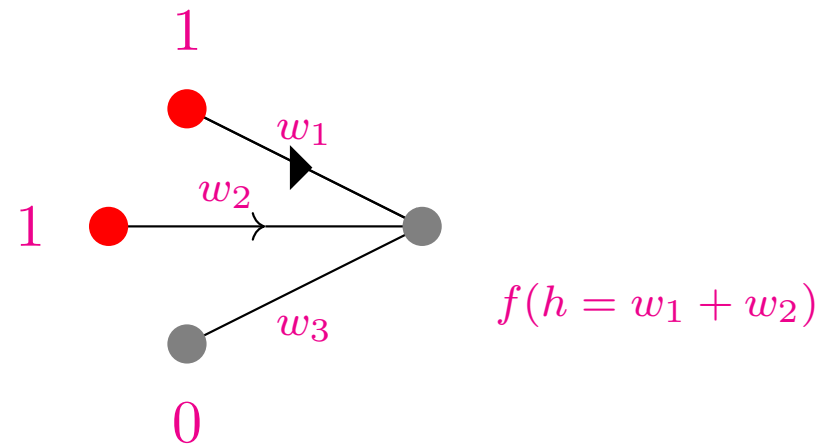
- si le neurone pré-synaptique est quiescent aucun signal arrive au deuxième neurone



- Le synapses peuvent être inhibitrices ($w = -1, f(h \leq 0) = 0$)
ou excitatrices ($w = 1$)

Les réseaux des neurones

des graphes avec de nombreux sommets et encore plus d'arêtes



À tout instant, chaque neurone calcule la somme des entrées envoyées par ses voisines, pondérées par les poids des synapses, $h_i = \sum_j w_{ij} a_j$, et elle applique une fonction, f . Si le résultat dépasse une limite, $f(h_i) > \theta$, le neurone receptrer émet à son tour, $a_i = 1$. Et ainsi de suite, sur tout le réseau.

Détails à préciser : dynamique en parallèle ou séquence aléatoire

Les réseaux de neurones

Fonctionnement

Où est la mémoire ? Dans les connections et les synapses, les w_{ij}

D. O. Hebb, *The Organization of Behavior: A Neuropsychological Theory* (1949)
(psychologist, McGill, Montreal)

Peut-on construire un réseau de neurones qui reconnaît un objet précédemment appris ?

Astuce de **physicien théoricien**: placer les neurones sur un graphe complet ($w \neq 0$), utiliser des spins $s = \pm 1$ et utiliser des synapses symétriques



= Système magnétique

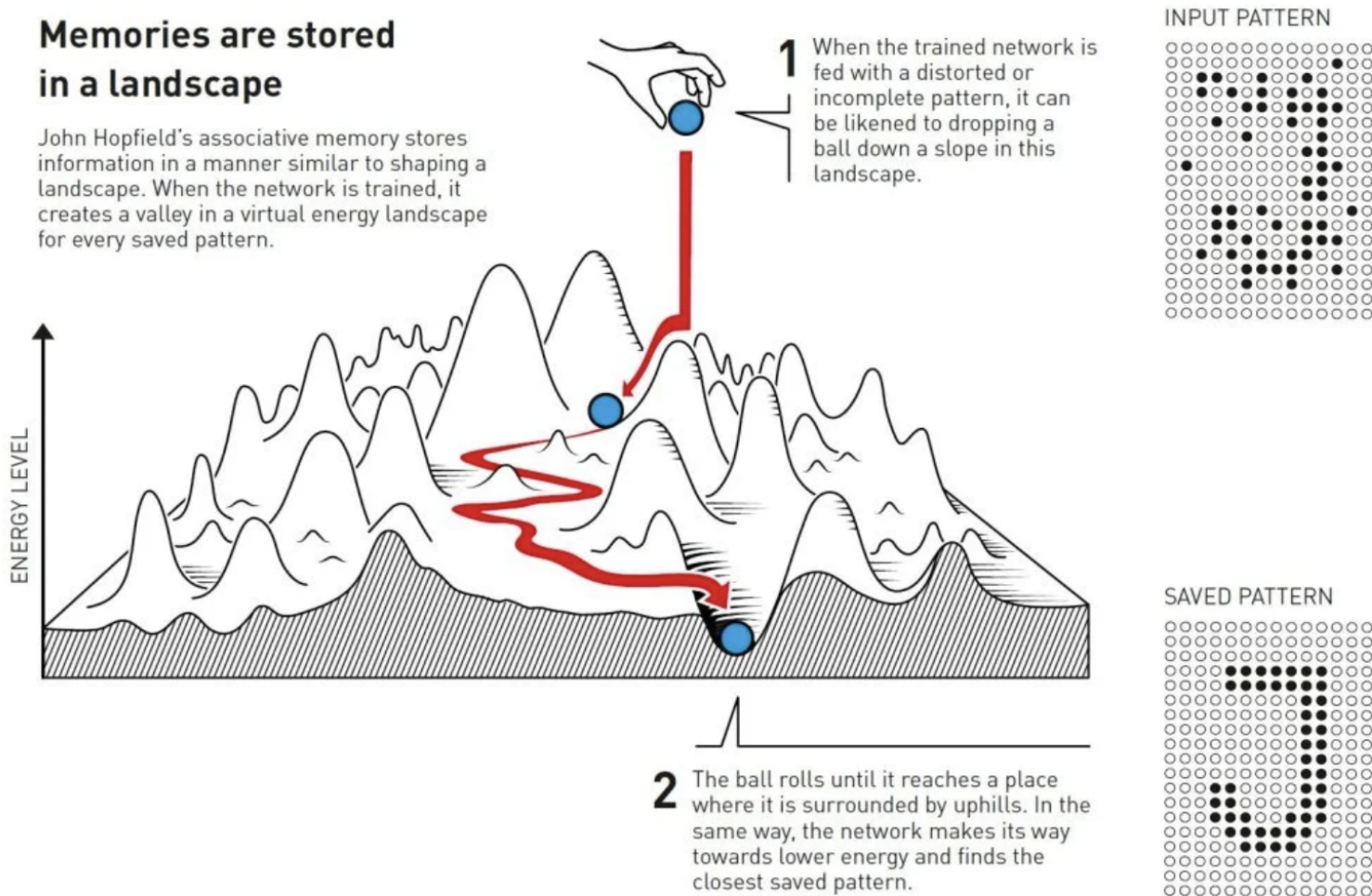
J. J. Hopfield, *Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities.*, Proc. Nat. Acad. Sc. USA, 79, 2554 (1982) (**Princeton**) **Nobel 2024**

Le modèle de Hopfield

Les mémoires associatives - on pré-choisi les w_{ij}

Memories are stored in a landscape

John Hopfield's associative memory stores information in a manner similar to shaping a landscape. When the network is trained, it creates a valley in a virtual energy landscape for every saved pattern.

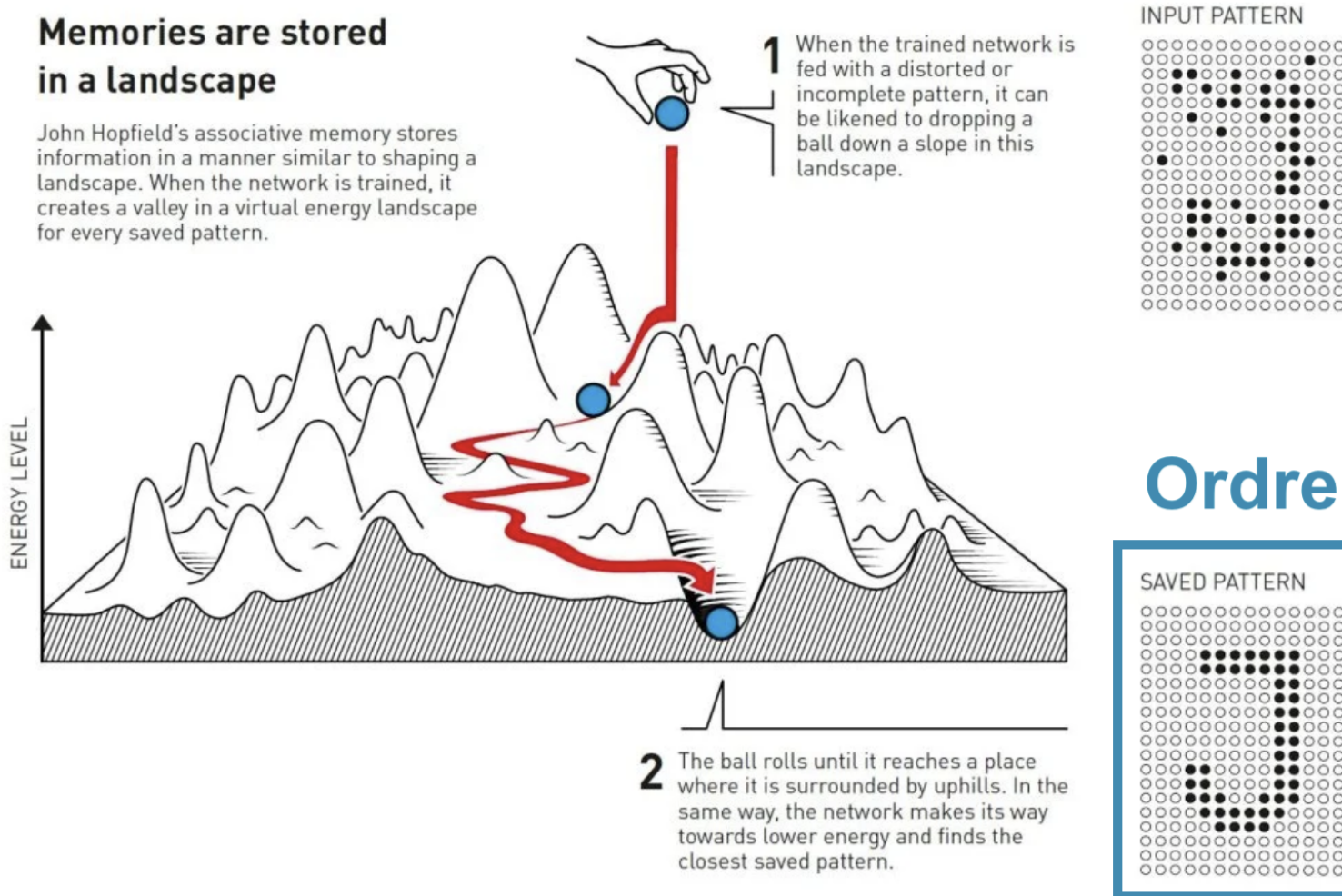


Le modèle de Hopfield

Les mémoires associatives - on choisi les w_{ij}

Memories are stored in a landscape

John Hopfield's associative memory stores information in a manner similar to shaping a landscape. When the network is trained, it creates a valley in a virtual energy landscape for every saved pattern.



Le modèle de Hopfield

Propriétés

- Les synapses $\{w_{ij}\}$ façonnent le paysage, la mémoire.
- Basins d'attraction: l'objet montré ne doit pas être trop différent de celui attendu pour que le réseau soit capable de le reconnaître.
- Le réseau a une capacité limitée: il existe une valeur critique de

$$\left(\frac{\text{nombre d'objets appris}}{\text{nombre de neurones}} \right)_c$$

au-delà de laquelle le réseau ne fonctionne plus

Transition de phase: ordre (fonctionnement correct) - désordre

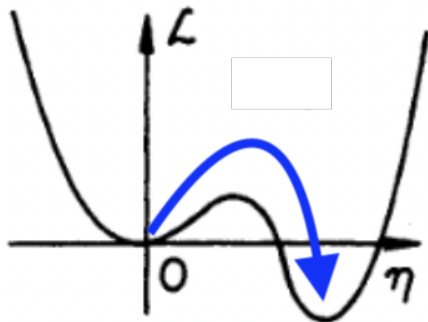
- Le réseau crée des vallées illégitimes qui ne correspondent à aucun objet appris

D. J. Amit, H. Gutfreund & H. Sompolinsky Phys. Rev. Lett. 55, 1530 (1985) avec les techniques de la physique statistique développées par G. Parisi **Nobel 2021**

Machines de Boltzmann

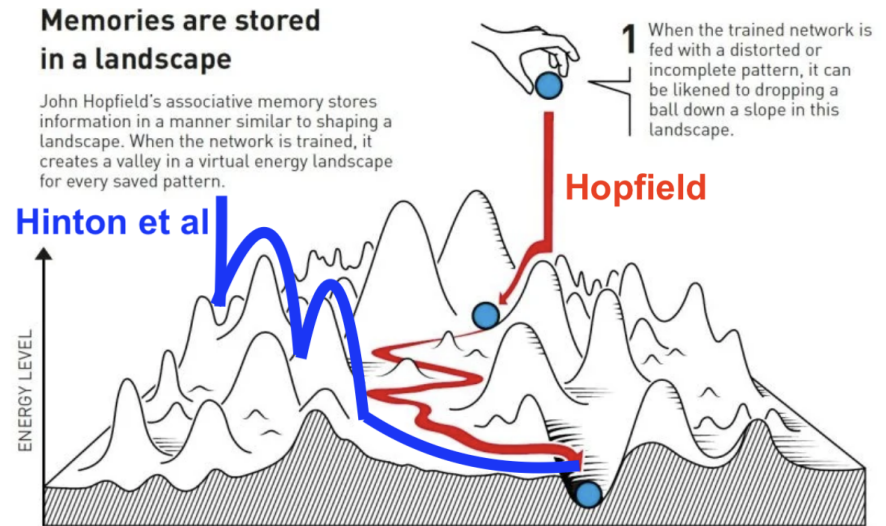
Physique \Rightarrow dynamique stochastique \sim température

$$T = -0.1^\circ\text{C}$$



liquid surfondu

glace



D. Ackley, G. E. Hinton & T. Sejnowski, *A Learning Algorithm for Boltzmann Machines*, *Cognitive Science* **9**, 147 (1985)

Astuces

Numériques et expérimentales

Méthodes numériques - Monte Carlo

Pour éviter d'être coincé dans une vallée,
on accepte d'aller "contre courant"
et remonter des montagnes.

Ainsi, on va voir ailleurs et possiblement
on trouve d'autres chemins pour descendre
dans le paysage globale

Recuit - annealing



ARMS ⊕ ARMOR

acier (alliage fer charbon)

le recuit deplace le charbon

Informatique

La géométrie des réseaux de neurones de Hopfield est basée sur celle de notre cerveau.

Si on la modifie ?

Peut-on construire des réseaux plus efficaces ?

Des réseaux artificiels

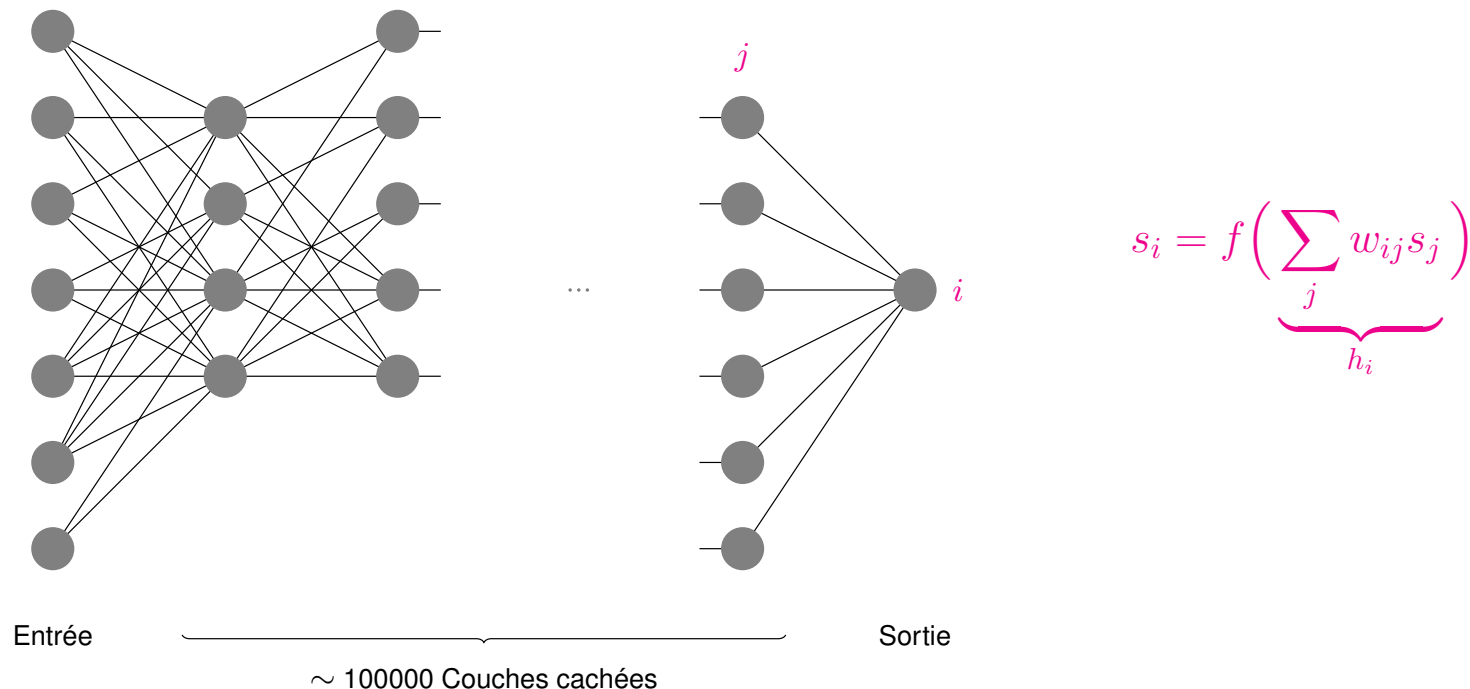
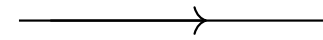
Le perceptron

Multicouches : l'apprentissage profond

Apprentissage profond

Machine de Boltzmann restreinte → réseaux multicouches

Toutes les synapses sont dirigées de gauche à droite



G. E. Hinton, des nombreux articles très influents sur **l'apprentissage** de ces réseaux, e.g.

D. E. Rumelhart, G. E. Hinton & R. J. Williams, *Learning representations by back-propagating errors*, Nature 323, 533 (1986)

Nombre de citations reçues par G. E. Hinton depuis 2019: **564 667**

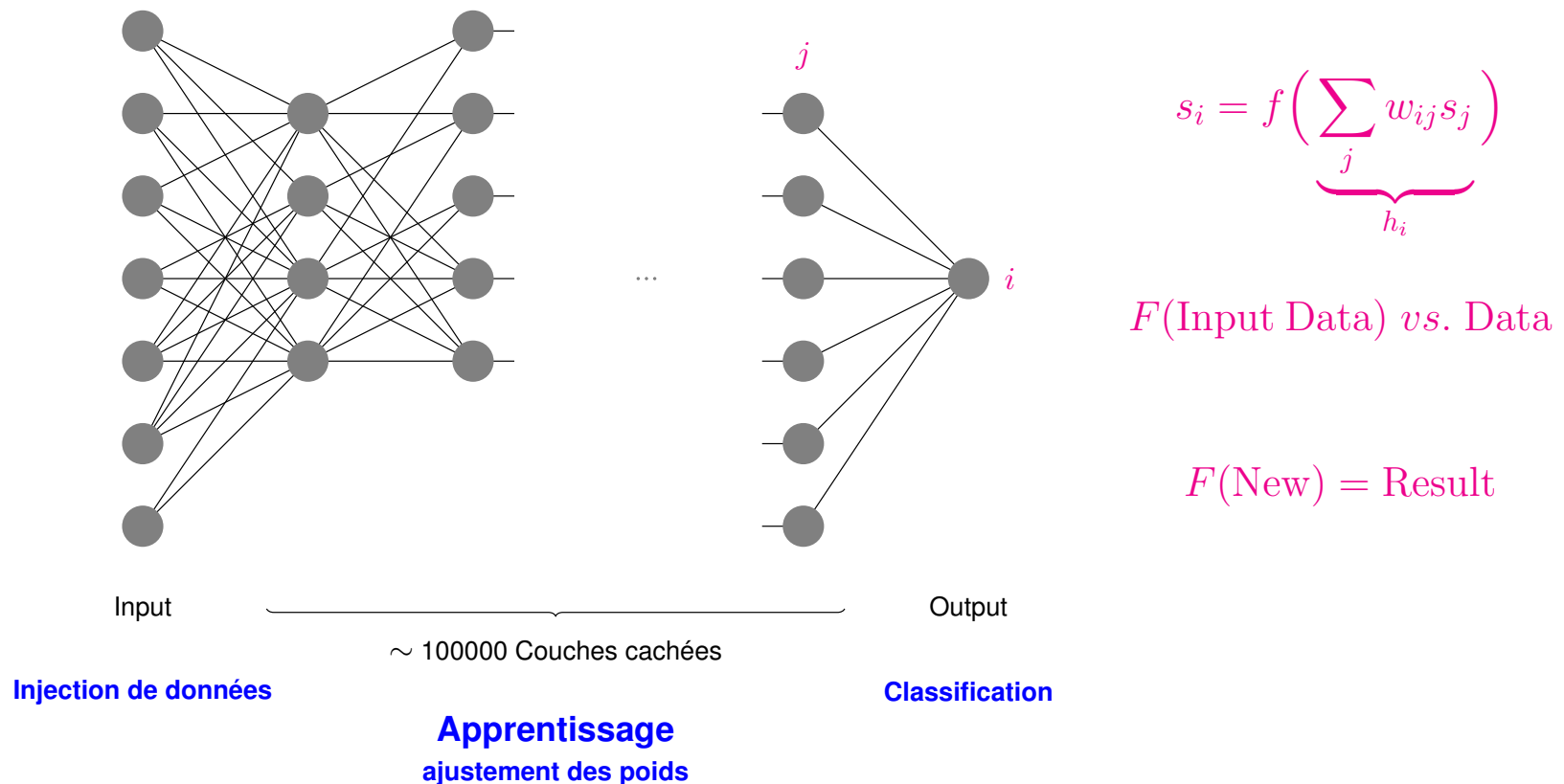
Nobel 2024

Apprentissage profond

Big Data et généralisation

Le réseaux représentent une correspondance (fonction) entre un vecteur d'entrée et la sortie

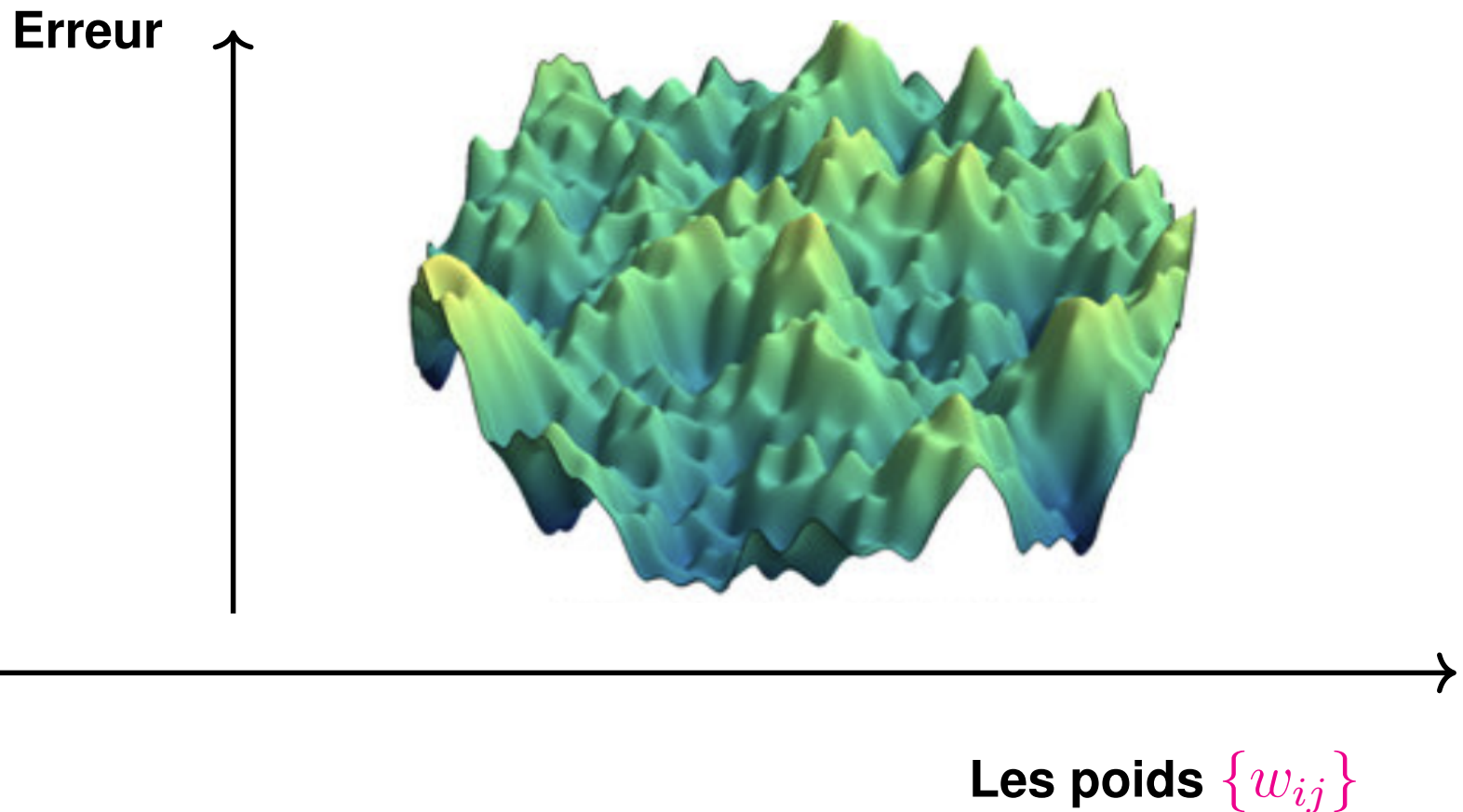
La combinaison de nombreuses fonctions f permet au réseau d'approcher des fonctions extrêmement complexes. Une fois apprises, elles donnent de nouvelles réponses



La fonction erreur

trouver le minimum absolu pour entraîner le réseau

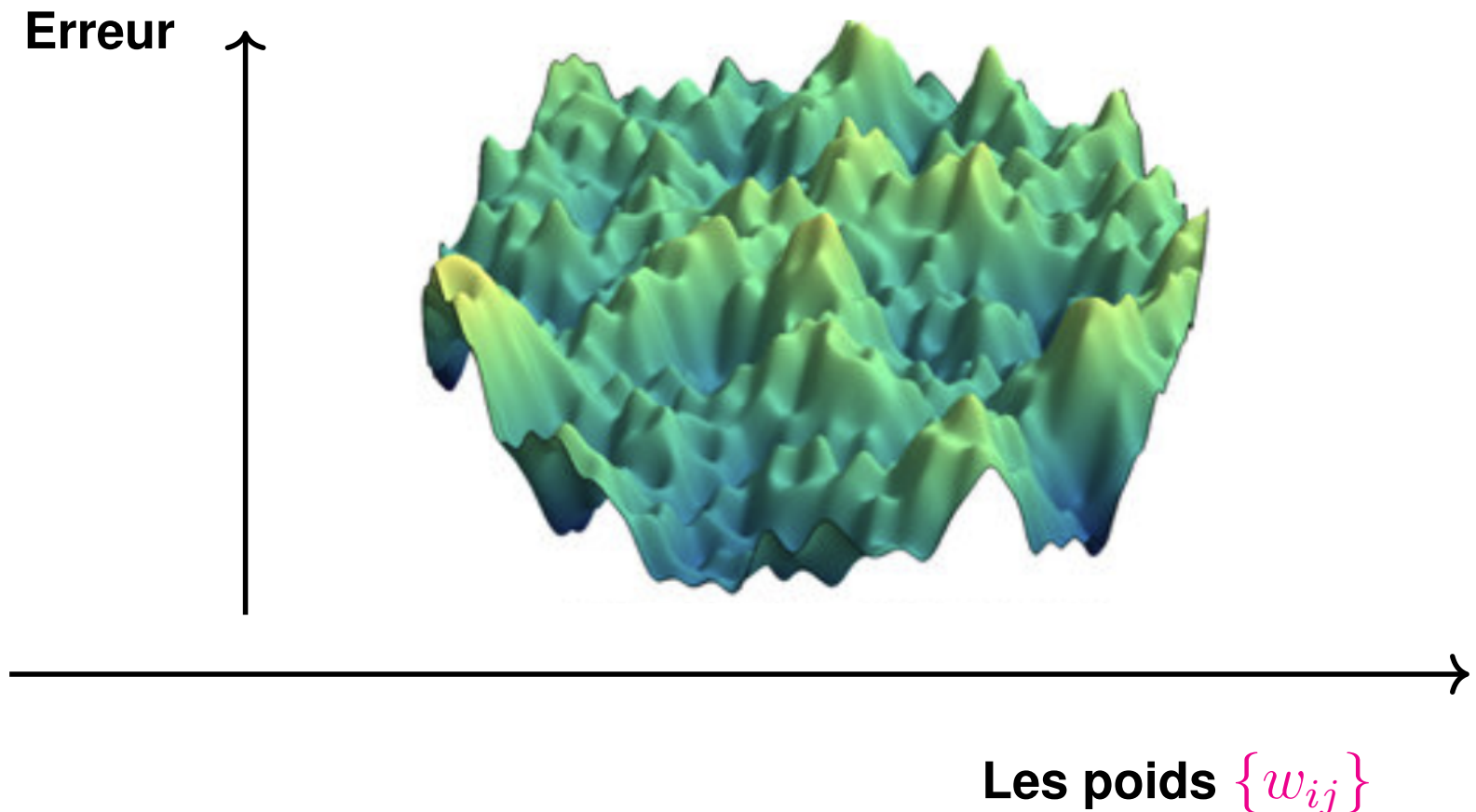
Différence entre la sortie attendue et celle proposée par le réseau
(si on montre un chat à l'entrée, on nous propose un chat à la sortie ?)



L'apprentissage

trouver le minimum absolu pour entraîner le réseau

L'apprentissage correspond à trouver le minimum absolu dans ce paysage, les coordonnées sont les configurations des $\{w_{ij}\}$



Usage

une fois le réseau entraîné

On peut l'utiliser pour reconnaître/classifier,

e.g. sélectionner des traces issues des collisionneurs de particules (CERN)

Ou pour trouver de nouvelles structures, des nouvelles “glaces”

AlphaFold, par **DeepMind**, prédit les structures des protéines

D. Baker (Seattle), D. Hassabis and J. M. Jumper (DeepMind)

Nobel Chimie 2024

sans vraiment comprendre le mécanisme

On peut entraîner un réseau avec des données disponibles en grand nombre (visages) et puis le perfectionner avec des données moins disponibles (images médicales) **transfert**

Quelques chiffres

Deep learning vs. notre cerveau

- Chat GPT est un *large language model*

“The exact number of neurons & synapses in GPT-4 hasn’t been publicly disclosed”

Chat GPT-3 a 175 milliards = $\underbrace{175\,000\,000\,000}_{11} \sim 10^{11}$ de paramètres

Chat GPT-4 en a plus

- Le cerveau d’un être humain

a 86 milliards $\sim \underbrace{100\,000\,000\,000}_{11} \sim 10^{11}$ de neurones

Chaque neurone reçoit $\sim 10\,000 = 10^4$ synapses

$\underbrace{10\,000}_4 \times \underbrace{100\,000\,000\,000}_{11} = \underbrace{1\,000\,000\,000\,000\,000}_{15} \sim 10^{15}$ de synapses

- 5×10^{14} grains de sable dans la plage de Biarritz