Invariances en physique et théorie des groupes

Jean-Bernard Zuber

Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Énergies
Université Pierre et Marie Curie Paris 6
Tour 24, 5ème étage, Boîte 126, 4 place Jussieu, F-75252 Paris Cedex 05 France

Cours donné au M2/CFP/Parcours de Physique Théorique. Automne 2010.

Avertissement

On trouvera ci-dessous dans les chapitres intitulés 0 à 000 des notes couvrant essentiellement le contenu des cours de "prérentrée" donnés par Paul Windey et moi-même.

Les chapitres 1 à 5 suivent fidèlement le contenu de mon cours proprement dit. Ils contiennent aussi dans des paragraphes en petits caractères et dans des appendices quelques compléments non traités en cours.

Bibliographie générale

Les références les plus fréquemment mentionnées sont rassemblées ici.

[BC] N.N. Bogolioubov et D.V. Chirkov, *Introduction à la théorie quantique des champs*, Dunod.

[BDm] J.D. Bjorken and S. Drell: *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw Hill.

[BDf] J.D. Bjorken and S. Drell: *Relativistic Quantum Fields*, McGraw Hill.

[Bo] N. Bourbaki, *Groupes et Algèbres de Lie*, Chap. 1-9, Hermann 1960-1983.

[Bu] D. Bump, *Lie groups*, Series "Graduate Texts in Mathematics", vol. **225**, Springer 2004.

[DFMS] P. Di Francesco, P. Mathieu et D. Sénéchal, *Conformal Field Theory*, Springer,

[DNF] B. Doubrovine, S. Novikov et A. Fomenko, *Géométrie contemporaine*, 3 volumes, Éditions de Moscou 1982.

[FH] W. Fulton and J. Harris, *Representation Theory*, Springer.

[Gi] R. Gilmore, *Lie groups, Lie algebras and some of their applications*, Wiley.

[Ha] M. Hamermesh, *Group theory and its applications to physical problems*, Addison-Wesley

[IZ] C. Itzykson et J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw Hill 1980; Dover 2006.

[Ki] A.A. Kirillov, *Elements of the theory of representations*, Springer.

[LL] L. Landau et E. Lifschitz, *Théorie du Champ*, Editions Mir, Moscou ou *The Classical Theory of Fields*, Pergamon Pr.

[M] A. Messiah, *Mécanique Quantique*, 2 tomes, Dunod.

[OR] L. O' Raifeartaigh, *Group structure of gauge theories*, Cambridge Univ. Pr. 1986.

[PS] M. Peskin and D.V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison Wesley.

[Po] L.S. Pontryagin, *Topological Groups*, Gordon and Breach, 1966.

[W] H. Weyl, *Classical groups*, Princeton University Press.

[Wf] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, vol. 1, 2 and 3, Cambridge University Press.

[Wg] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, John Wiley & Sons.

[Wi] E. Wigner, *Group Theory and its Applications to Quantum Mechanics.* Academ. Pr. 1959.

[Z-J] J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, Oxford Univ. Pr.

Sommaire du cours *Invariances en Physique et théorie des groupes*

Chapitre 0. Invariance relativiste et champs classiques

1. Principes de la Relativité restreinte. Conséquences physiques
2. Espace de Minkowski. Groupe de Lorentz O(3,1).
3. Formalisme lagrangien et relativité. Cinématique relativiste
4. Théorie classique des champs. Équations de Maxwell et relativité
5. Rotation du minkowskien vers l'euclidien

Chapitre 00. Quelques éléments de base sur les groupes SO(3), SU(2) et SL(2,$\mathbb{C}$)

1. Rotations de $\mathbb{R}^3$, les groupes SO(3) et SU(2)
2. Générateurs infinitésimaux. L'algèbre de Lie $su(2)$
3. Représentations de SU(2)
4. Produit direct de représentations de SU(2)
5. Une application physique : l'isospin
6. Représentations de SO(3,1) et SL(2,C)

Chapitre 000. Équations de Klein-Gordon et Dirac

1. Rappels de Mécanique Quantique
2. Équation de Klein-Gordon
3. Équation de Dirac
4. Contenu physique de l'équation de Dirac
5. Particules et trous. La mer de Dirac.
6. Particules de masse nulle

Chapitre 1. Groupes. Groupes et algèbres de Lie

1. Généralités sur les groupes
2. Groupes continus. Propriétés topologiques. Groupes de Lie.
3. Étude locale d'un groupe de Lie. Algèbre de Lie.
4. Des propriétés de l'algèbre de Lie à celles du groupe

Chapitre 2. Représentations linéaires des groupes

1. Définition. Représentations équivalentes. Représentations unitaires
2. Représentations des groupes et représentations des algèbres de Lie
3. Représentations des groupes de Lie compacts
4. Représentations projectives. Théorème de Wigner. Cocycles et termes centraux. Théorème de Bargmann

Chapitre 3. Algèbres de Lie simples, classification et représentations. Racines et poids

1. Sous-algèbre de Cartan. Racines. Forme canonique de l'algèbre.
2. Géométrie des systèmes de racines
3. Représentations des algèbres semi-simples
4. Produit tensoriel des représentations de su(n)
5. Tableaux d'Young et représentations de GL(n) et SU(n)

Chapitre 4. Symétries en physique des particules. Théories de jauge

1. Symétries globales exactes ou brisées. Brisure spontanée. SU(3) de saveur
2. Théories de jauge