

Journée TIPE 2009 - ENSTA

Cordes, branes, horizons : *surfaces fluctuantes et théories unifiées*

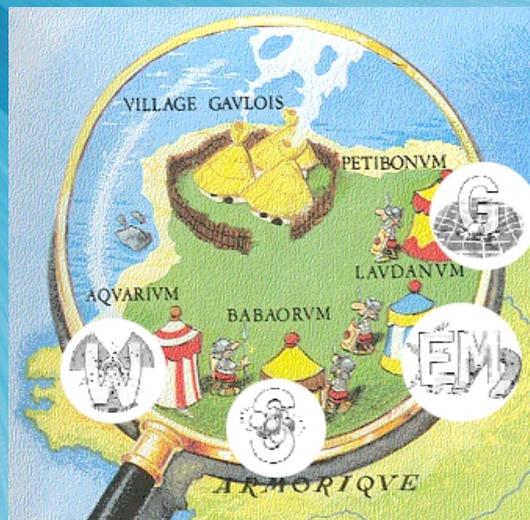
Boris Pioline, LPTHE

XM92, Lycée Malherbe, Caen



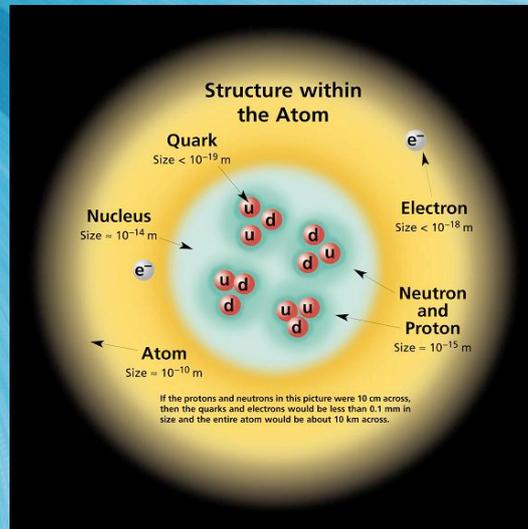
Vers l'unification des forces...

- ♦ 2009 après JC: toutes les forces sont unifiées au sein du **Modèle Standard des Interactions Fondamentales**.
- ♦ Toutes ? Non ! **La gravitation résiste encore et toujours à la quantification**.
- ♦ Et la vie n'est pas facile (mais combien passionnante !) pour les garnisons de physiciens théoriciens de Gaule et d'ailleurs...



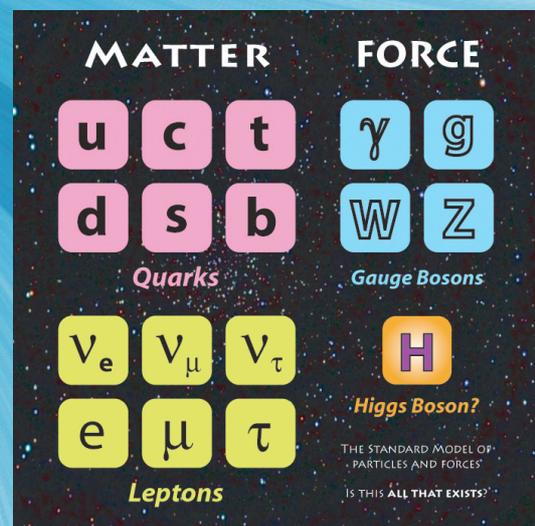
L'infiniment petit ?

- ♦ Au fil d'une descente vers les petites échelles, ou montée vers les hautes énergies, la matière ressemble à une poupée gigogne.
- ♦ Cette régression se poursuit-elle à l'infini ?



Le Modèle Standard (1974)

- ♦ Les forces **électromagnétiques**, **nucléaires fortes et faibles**, ainsi que toutes les formes de **matière** connues sont aujourd'hui unifiées dans le cadre du **Modèle Standard**.
- ♦ La **matière** est constituée de **quarks et leptons**, particules fermioniques de spin 1/2.
- ♦ Les **interactions** sont véhiculées par des **bosons vecteurs**, de spin 1.
- ♦ Le **boson de Higgs**, de spin 0, n'a pas encore été observé.

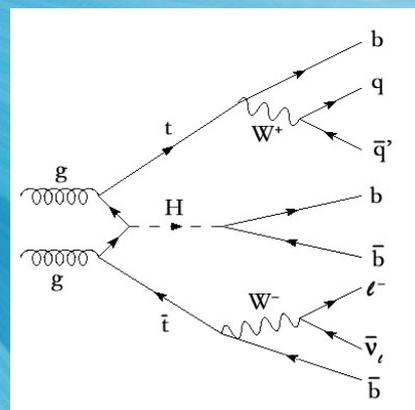


Le Modèle Standard : principes

- ♦ Ce modèle est formulé dans le langage de la **théorie quantique des champs**, qui fait la synthèse entre les principes suivants:
- ♦ **Le principe de relativité** requiert l'invariance sous les transformations spéciales de **Lorentz**, et l'absence de corrélations hors du cône de lumière;
- ♦ **La mécanique quantique** stipule que tout système est décrit par une fonction d'onde, ou amplitude de probabilité, satisfaisant à une EDP **linéaire**; la probabilité d'un processus s'obtient comme carré du module de l'amplitude;
- ♦ **L'invariance de jauge** requiert l'invariance sous un groupe de symétrie interne **local**, $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$ spécifiquement. En simplifiant, cela revient à dire que la phase de la fonction d'onde est inobservable.

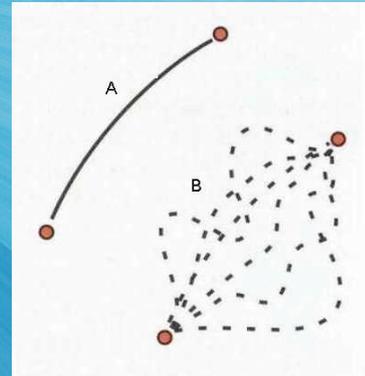
Diagrammes de Feynman

- ♦ **L'amplitude de probabilité** associée à un processus donné est la somme des amplitudes associées à chacune des **histoires** possibles
- ♦ Chaque histoire est schématisée par un **diagramme de Feynman**
- ♦ L'amplitude de probabilité s'obtient en multipliant les facteurs de **vertex d'interactions** et les **propagateurs**



Propagateur et intégrale de chemins

- Le propagateur est lui-même une **intégrale sur les chemins** potentiellement suivis par la particule ponctuelle;
- Chaque chemin est pondéré par l'exponentielle de l'**action** $S[X]$, égale à la **longueur géodésique** le long du chemin;
- Dans la **limite classique** $\hbar \rightarrow 0$, l'intégrale est dominée par les chemins **minimisant l'action**, i.e. satisfaisant aux eqs du mvt.

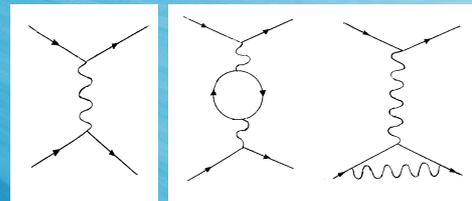


$$S[X] = \int_0^1 dt \sqrt{-\eta_{\mu\nu} \dot{X}^\mu \dot{X}^\nu}$$

$$G(x_0, x_1) = \int_{\substack{X(0) = x_0 \\ X(1) = x_1}} DX(t) e^{iS[X(t)]/\hbar}$$

Série perturbative et effets non-perturbatifs

- Pour une configuration fixée des pattes externes, les diagrammes s'organisent par **nombre de boucles** croissant, en **série perturbative**;
- Un diagramme à h boucles contribue $O(g^{2h})$ relativement à un diagramme sans boucles, ou « en arbres ».
- La limite $g \rightarrow 0$ correspond à la limite classique, où seuls les **diagrammes en arbres** contribuent.
- La rayon de convergence est nul, la série est asymptotique.
- Il existe des effets **non-perturbatifs**, invisibles dans la série de perturbations.



$$A_P = \sum_{h=0}^{\infty} A_h g^{2h}$$

$$A_h \sim (h!)^2$$

$$A_{NP} \sim e^{-1/g^2}$$

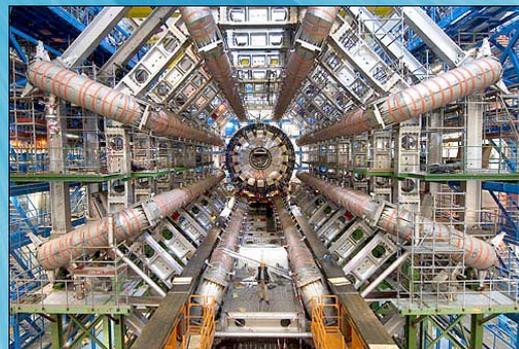
Divergences et Renormalisabilité

- ♦ Pour $\hbar > 0$, l'intégrale sur les moments des particules se propageant dans les boucles conduit typiquement à des **divergences ultraviolettes**
- ♦ Pour les théories **invariantes de jauge** telles que le Modèle Standard, on montre que ces infinis peuvent être absorbés dans les facteurs de vertex: ces théories sont dites **renormalisables**
- ♦ En dépit de ces divergences, les théories quantiques des champs sont extrêmement **prédictives**: e.g. QED à 4 boucles prédit le facteur gyromagnétique de l'électron à plus de 15 chiffres significatifs !

$$g/2 = 1.001\ 159\ 652\ 180\ 85\ (76)$$

Succès du Modèle Standard

- ♦ Le Modèle Standard rend compte avec précision de toutes les observations effectuées jusqu'à ce jour dans les accélérateurs de particules à $E < 1\ \text{TeV}$ soit $L > 10^{-19}\text{m}$
- ♦ Le **Large Hadron Collider (LHC)** en cours de mise en route au CERN à Genève permettra de tester le MS jusqu'à $E = 7\ \text{TeV}$; en particulier (on l'espère), d'observer le boson de Higgs

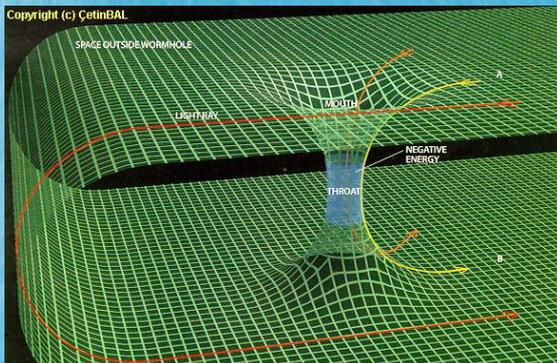


Défauts du Modèle Standard

- ♦ Le MS dépend de nombreux paramètres qui semblent prendre des valeurs arbitraires;
- ♦ En particulier la hiérarchie entre les masses des particules suggère l'existence de symétries cachées, e.g. la supersymétrie;
- ♦ Les observations cosmologiques récentes montrent que le MS décrit au plus 5% de la densité d'énergie totale dans l'Univers: le reste est constitué pour 23 % de matière noire et 72 % d'énergie noire;
- ♦ Enfin et surtout, le MS est incomplet car il traite la gravitation classiquement, en violation du principe d'incertitude de Heisenberg.

Gravité classique

- ♦ Classiquement, la gravité est décrite par la théorie de la Relativité Générale d'Einstein, i.e. par l'action d'Einstein-Hilbert.
- ♦ Le champ de gravité n'est autre que le tenseur métrique de l'espace-temps



$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

$$S = \frac{1}{G} \int d^4x \sqrt{-g} R$$

Gravité quantique

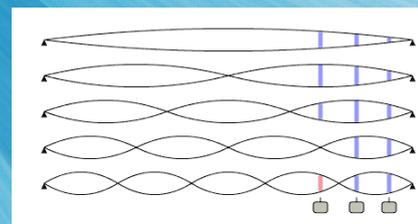
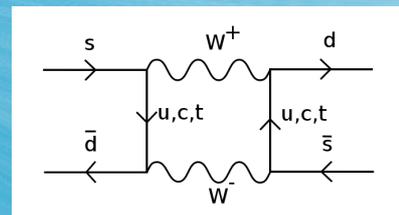
- ♦ L'analyse dimensionnelle montre que les effets quantiques de la gravitation doivent apparaître à l'échelle de Planck, 10^{19} GeV ou 10^{-35} m
- ♦ En développant au voisinage de l'espace plat, on peut tenter de construire une théorie des champs perturbative pour le graviton, mais celle-ci est non-renormalisable, et donc non prédictive.

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$$

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

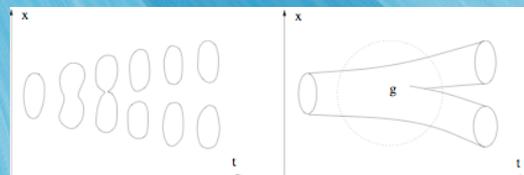
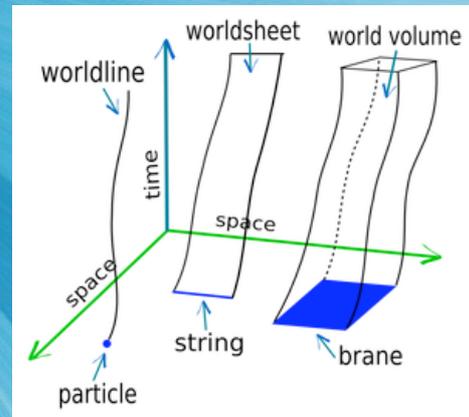
Les cordes entrent en scène

- ♦ Dans le cas des interactions faibles, la non-renormalisabilité du vertex de Fermi est résolue par l'existence de bosons vecteurs massifs, les bosons W
- ♦ Peut-on de la même manière résoudre les problèmes ultraviolets de la gravitation en postulant une nouvelle particule massive ?
- ♦ La théorie des cordes offre une telle résolution, en postulant une infinité de nouveaux états massifs, excitations de cordes microscopiques de tension $T \sim l_p^2$



Cordes et surfaces minimales

- Tout comme une **particule relativiste** décrit une **ligne d'univers** géodésique, une **corde relativiste** décrit une **surface d'univers** géodésique, i.e. minimisant l'aire lorentzienne
- Plus généralement, on pourrait considérer des objets étendus dans p dimensions spatiales, dits **p-branes**, décrivant un **volume d'univers** qui minimise le $p+1$ -volume lorentzien
- Les **cordes=1-branes** sont privilégiées car intégrables, mais les p -branes ont aussi leur rôle à jouer...



Métrique d'espace-cible et métrique induite

- Le développement temporel d'une p -brane Σ dans un espace-temps M de dimension D est décrit par un **plongement** $X^\mu(\sigma^\alpha)$, avec $\mu=0..D-1$ et $\alpha=0..p$
- X^μ sont les coordonnées d'**espace-cible**. M est muni d'une métrique lorentzienne ds^2_M , de signature $(1, D-1)$
- σ^α sont les coordonnées de volume d'univers. $\sigma_0 \equiv \tau$ est le temps propre.
- Σ hérite d'une **métrique induite** ds^2_Σ . On demande qu'elle soit de signature $(1, p)$, i.e. à l'intérieur du cône de lumière

$$ds^2_M = g_{\mu\nu} dX^\mu dX^\nu$$

$$\begin{aligned} ds^2_\Sigma &= g_{\mu\nu} \frac{\partial X^\mu}{\partial \sigma^\alpha} \frac{\partial X^\nu}{\partial \sigma^\beta} d\sigma^\alpha d\sigma^\beta \\ &\equiv \eta_{\alpha\beta} d\sigma^\alpha d\sigma^\beta \end{aligned}$$

Action de Dirac-Nambu-Goto

- La trajectoire minimise le **volume induit**, à configurations initiale $X^\mu(0, \sigma^i)$ et finale $X^\mu(1, \sigma^i)$ fixées
- T_p désigne la **tension** de la brane, homogène à $1/L^{p+1}$. T ne joue aucun rôle au niveau classique, mais il intervient au niveau quantique.
- Les éqs du mvt sont en générales non-linéaires, **non intégrables**.

$$S_{NG}[X] = T_p \int d^{p+1}\sigma \sqrt{-\det(\eta_{\alpha\beta})}$$

$$\partial_\alpha \sqrt{-\det \eta} \eta^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} \partial_\beta X^\nu = 0$$

Action de Polyakov

- Pour $p=1$, i.e. pour des cordes relativistes, on peut linéariser le système en introduisant une **métrique intrinsèque** $\eta_{\alpha\beta}$ sur la surface d'univers.
- $X^\mu(\sigma)$ et $\eta_{\alpha\beta}(\sigma)$ sont maintenant des champs **indépendants** sur Σ . Le plongement $X^\mu(\sigma)$ apparaît maintenant **quadratiquement** dans l'action de Polyakov:

$$S_P[X, \eta] = T \int d^2\sigma \sqrt{-\det(\eta_{\alpha\beta})} \eta^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu$$

- Les éqs du mvt identifient $\eta_{\alpha\beta}(\sigma)$ à la **métrique induite**, à un **facteur d'échelle** $\phi(\sigma)$ près qui n'affecte pas l'action:

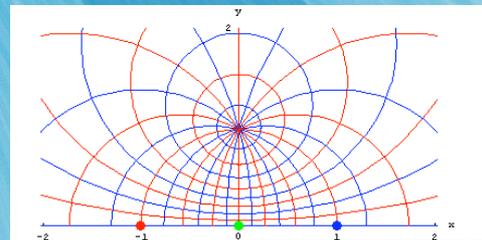
$$\delta_\eta S_P = 0 \Rightarrow \eta_{\alpha\beta} = e^\phi g_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu \Rightarrow S_P[X, \eta] = S_{NG}[X]$$

Invariances de l'action de Polyakov

- L'invariance de l'action de Polyakov est invariante sous les **difféos de l'espace-cible** M , les **difféos de la feuille d'univers** Σ , et sous les **changements d'échelle** arbitraires sur Σ
- Cette invariance conforme, dite de Weyl, est la clé qui pour linéariser le système: en effet, en dimension 2, **toute métrique est conformalement plate**, i.e. on peut toujours construire localement un sys de **coordonnées isothermes**
- En combinant invariance conforme et invariance sous difféos, on peut donc **localement** choisir $\eta_{\alpha\beta}$ à volonté ! (On reviendra sur la question globale)

$$\eta_{\alpha\beta} \rightarrow e^{\phi(\sigma)} \eta_{\alpha\beta}$$

$$ds_{\Sigma}^2 = e^{\phi(z, \bar{z})} dz d\bar{z}$$



Intégration des trajectoires classiques

$$\eta_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow S_P = \int d\sigma d\tau g_{\mu\nu} (\partial_{\tau} X^{\mu} \partial_{\tau} X^{\nu} - \partial_{\sigma} X^{\mu} \partial_{\sigma} X^{\nu})$$

- Si de plus $g_{\mu\nu}$ est indépendant de X^{μ} , i.e. **si l'espace-cible est plat**, l'action est quadratique.
- Chaque coordonnée de plongement X^{μ} satisfait à **l'eq. des ondes** en 2D, et est donc somme d'une **onde gauche** et d'une **onde droite**.
- Il faut aussi imposer des **conditions de bord** appropriées: e.g. pour des cordes **fermées**, X_L et X_R doivent être **périodiques** modulo 2π
- Etant donnés les **conditions initiales** $X^{\mu}(\sigma, 0)$ et $\partial_{\tau} X^{\mu}(\sigma, 0)$, on peut déterminer X_L et X_R et donc la trajectoire de la corde !

$$(\partial_{\tau}^2 - \partial_{\sigma}^2) X^{\mu} = 0$$

$$X^{\mu} = X_L^{\mu}(\tau + \sigma) + X_R^{\mu}(\tau - \sigma)$$

Conditions de Virasoro

- Bien que $\eta_{\alpha\beta}$ puisse être choisi arbitrairement, il faut tout de même imposer ses éqs du mvmt.
- $T_{\alpha\beta}$ peut être vu comme le **tenseur d'énergie-impulsion** sur la surface d'univers. En particulier (H,P) est le vecteur énergie-impulsion sur la feuille d'univers. A ne pas confondre avec le **vecteur énergie-moment** P^μ mesurés dans l'espace-cible !
- Les conditions de Virasoro requièrent que X_L et X_R soient de genre lumière et orthogonaux. La **signature lorentzienne** est donc essentielle !
- A un instant donné, ces conditions peuvent toujours être satisfaites par un **choix de paramétrisation** σ, τ adéquat

$$\delta_\eta S_P[X, \eta] = 0 \Rightarrow T_{\alpha\beta} = 0$$

$$T_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} (\dot{X})^2 & \dot{X} \cdot X' \\ \dot{X} \cdot X' & (X')^2 \end{pmatrix}$$

$$H = \int d\sigma T_{\tau\tau}$$

$$P = \int d\sigma T_{\tau,\sigma}$$

$$P^\mu = \int d\sigma \dot{X}^\mu$$

$$(X_L)^2 = (X_R)^2 = X_L \cdot X_R$$

Développement en modes propres

- Comme dans les problèmes d'ondes habituels, les conditions de bord sélectionnent des **modes propres d'oscillations** discrets. Eg, pour les cordes fermées, avec $T=1/(2\pi l_s^2)$,

$$X^\mu = x^\mu + l_s^2 p^\mu \tau + i \sum_{k \neq 0} \frac{l_s}{\sqrt{2k}} (\alpha_k^\mu e^{-ik(\tau-\sigma)} + \beta_k^\mu e^{-ik(\tau+\sigma)})$$

- Les conditions de Virasoro $H=P=0$ déterminent **la masse carrée** $(p^\mu)^2$ en termes des **amplitudes d'oscillations**, et corrélent les modes gauches et droits:

$$H = \frac{l_s^2}{2} (p^\mu)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} k (|\alpha_k^\mu|^2 + |\beta_k^\mu|^2) - 1 \equiv 0$$

$$P = \sum_{k=1}^{\infty} k (|\alpha_k^\mu|^2 - |\beta_k^\mu|^2) \equiv 0$$

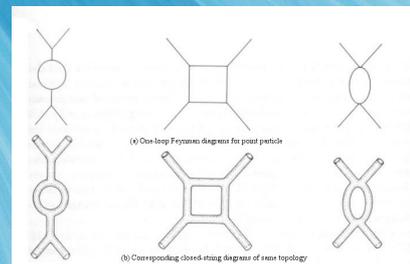
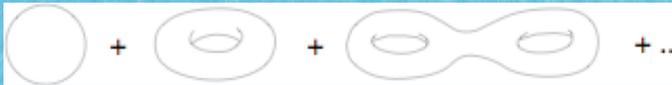
- Les conditions de Virasoro imposent en fait une infinité de contraintes, qui reviennent à **éliminer les modes d'oscillation transverses: $D \rightarrow (D-2)$**

Quantification par intégrale fonctionnelle

- La quantification revient à remplacer la trajectoire classique par une **intégrale fonctionnelle** sur $(X^\mu, \eta_{\alpha\beta})$, pondérée par l'action de Polyakov.
- Les diagrammes de Feynman sont remplacés par des sommes sur les **surfaces de Riemann**
- Chaque topologie est pondérée par $g^{-\chi}$ où χ est la **caractéristique d'Euler**
- Grâce à l'invariance de Weyl, l'intégrale sur $\eta_{\alpha\beta}$ se réduit à une intégrale **l'espace des modules de Teichmüller**, de dimension finie ($3g-3$ pour $g \geq 2$, 1 pour $g=1$).

$$G(X[0, \sigma], X[1, \sigma']) = \int DX^\mu D\eta_{\alpha\beta} e^{iS_P[S, \eta]/\hbar}$$

$$\chi = \frac{1}{2\pi} \int d^2\sigma R = 2 - 2h$$



Espace de Teichmüller de genre 1

- On a vu précédemment que toute surface de Riemann était conformalement plate, et que la métrique pouvait s'écrire localement:
- C'est vrai **localement**, mais en général pas globalement. Considérons le cas du tore T^2 :
- On peut réaliser T^2 comme \mathbb{C}/Λ où Λ est le réseau des points $\{m+n\tau, (m,n) \in \mathbb{Z}^2\}$, ou $\tau \in \mathbb{H}$ est un nombre complexe fixé, $\text{Im}(\tau) > 0$.
- La métrique est de la forme ci-dessus, où z est identifié périodiquement modulo 1 et modulo τ . Clairement τ et $(a\tau+b)/(c\tau+d)$, $ad-bc=1$ conduisent à une métrique dans la même classe conforme.
- Alternativement, on peut définir $z=x+y\tau$ pour obtenir des périodicités standards $(x,y)=(x+1,y)=(x,y+1)$, mais la métrique dépend maintenant de τ
- L'espace des modules de Teichmüller est $\mathbb{H}/\text{SL}(2, \mathbb{Z})$. En particulier on peut choisir $\text{Im}(\tau) > 1/2$.

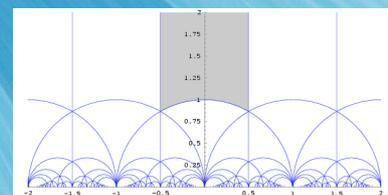
$$ds^2 = e^{\phi(z, \bar{z})} dz d\bar{z}$$

$$\tau \equiv \frac{a\tau + b}{c\tau + d}$$

$$(a, b, c, d) \in \mathbb{Z}^4$$

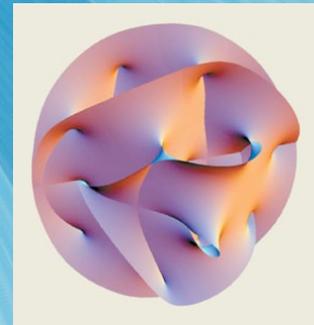
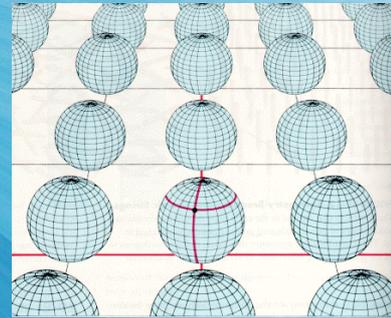
$$ad - bc = 1$$

$$ds^2 = e^{\phi'} |dx + \tau dy|^2$$



Dimension critique et compactification

- L' invariance conforme requiert $D=26$. Cela est ramené à $D=10$ dans le cas de la supercorde.
- On postule que 22 (ou 6) de ces dimensions soient **compactifiées** sur un tore de rayon est suffisamment petit pour être inobservable.
- Plus généralement, l'espace interne peut-être courbe, mais l'invariance conforme impose qu'il soit une **solution d'Einstein** !
- Dans le cas des supercordes, la préservation de la **supersymétrie dans l'espace-cible** demande que l'espace interne soit une variété de Calabi-Yau. C'est à l'origine d'un dialogue très fructueux entre mathématiciens géomètres/algébristes et physiciens.



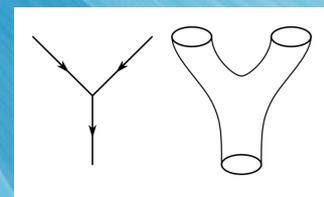
Quantification canonique et spectre de masse

- De manière équivalente, on peut quantifier le système en remplaçant $x^\mu, p^\mu, \alpha_k^\mu, \beta_k^\mu$ par des **opérateurs** agissant sur des **fonctions d'onde**.
- Cela revient à demander que $|\alpha_k^\mu|^2, |\beta_k^\mu|^2$ **prennent des valeurs entières** pour chaque k et $\mu=1 \dots D-2$. Ainsi la masse prend les valeurs **discrètes**, $M^2 l_s^2 = -4, 0, 4, 8, \dots$
- La théorie des cordes peut être vue comme une théorie quantique des champs, avec un **nombre infini de champs** de masse arbitrairement élevée. Tous les couplages sont générés par **une seule interaction**.

$$p_\mu \rightarrow \frac{i}{\hbar} \partial_{x^\mu}$$

$$-(p^\mu)^2 = 4(N - 1)/l_s^2$$

$$N = \sum |\alpha_k^\mu|^2 = \sum |\beta_k^\nu|^2$$



Comportement à basse énergie

- L'état fondamental $N=0$, de masse carrée négative est tachyonique. Il traduit une **instabilité**. Ce problème est évacué dans le cas des supercordes, où la **supersymétrie sur la surface d'univers** garantit $M^2 > 0$. $\Rightarrow D=10$!!
- Le premier niveau excité, $N=1$, correspond à des particules de **masse nulle**. L'une d'entre elles a un spin 2, le **graviton** !
- Aux énergies $E \ll 1/l_s$, les états massifs $N \geq 2$ ne sont pas excités. La physique de basse énergie peut être décrite par une **théorie des champs effective**, décrivant les champs de masse nulle, non nécessairement renormalisable,.
- L'étude des amplitudes de diffusion montre que les interactions à 3 gravitons à basse énergie sont consistantes avec l'**action d'Einstein-Hilbert**, à condition d'identifier $M_p \sim 1/l_s$

Comportement à haute énergie

- Le comportement à haute énergie est en revanche très différent : en raison de l'**échange des modes massifs**, l'amplitude de diffusion **décroit exponentiellement**. On a de bonnes indications que la théorie des cordes n'a pas de divergences UV.
- Comme le nombre d'états de même masse $\Omega(N)$ croît **exponentiellement**, la fonction de partition canonique diverge au-delà de la **température de Hagedorn** $T_H \sim 1/l_s$!
- En réalité, on attend que le comportement UV soit gouverné par la **production de trous noirs**, mais c'est un effet non-perturbatif non visible dans la formulation présente de la théorie des cordes.

$$A \sim e^{-E^2 l_s^2} f(\theta)$$

$$\Omega(N) \sim e^{\frac{\pi}{6}(D-2)\sqrt{N}}$$

$$\begin{aligned} Z(T) &= \int \rho(E) e^{-E/T} dE \\ &= \sum_N \Omega(N) e^{\sqrt{N}/T} \\ &\sim 1/(T - T_H) \end{aligned}$$

Cordes ouvertes libres

- Dans le cas de cordes ouvertes, de nombreux choix de **conditions aux limites** sont possibles, en principe de manière indépendante en $\sigma=0$ et $\sigma=\pi$ et pour chaque direction μ .
- Le cas le plus simple consiste à considérer des conditions de **Neumann**: $\partial_\tau X^\mu(\sigma=0,\pi)=0$. La corde ouverte se propage **librement**, ses extrémités décrivent une trajectoire de genre lumière
- Quantiquement, le spectre contient un tachyon, **une particule de masse nulle et spin 1**, et une infinité d'états massifs, $M^2=(N-1)/\alpha_s^2$. Les particules de spin 1 sont analogues aux bosons de jauge du Modèle Standard.
- La dimension critique est $D=26$ ($D=10$ pour la supercorde), comme dans le cas des cordes fermées. Heureusement, car 2 cordes ouvertes peuvent se joindre en une corde fermée.

Cordes ouvertes et D-branes

- ♦ Il est également intéressant de considérer des conditions de **Dirichlet**, $\partial_\tau X^\mu(\sigma=0)=0$.
- ♦ L'extrémité de la corde est contrainte à rester sur une **hypersurface** $X^\mu(\sigma=0)=cte$. Le moment dans la direction μ n'est plus conservé.
- ♦ Si on choisit Neumann selon $p+1$ directions et Dirichlet selon les $D-p-1$ autres, la corde apparaît comme attachée à une **p-brane**, dite **Dp-brane** ou p-brane de Dirichlet !
- ♦ Plus généralement, les D-branes peuvent décrire des **surfaces minimales** dans l'espace interne courbe: lien avec les notions de **sous-espace calibré** en géométrie, et bien plus.



Modes de fluctuations des D-branes

- Quantiquement, le spectre de masse nulle contient une particule de **spin 1** (photon) et D-p-1 particules de **spin 0**. Leurs interactions sont décrites à basse énergie par l'action de Dirac-Born-Infeld, similaire à l'action de Nambu-Goto.

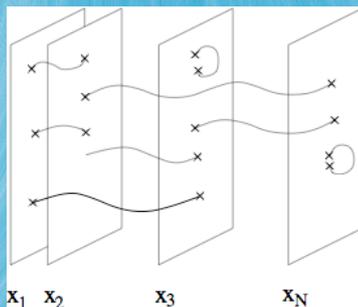
$$S_{DBI}[X] = T_p \int d^{p+1} \sigma \sqrt{-\det(\eta_{\alpha\beta} + l_S^2 F_{\alpha\beta})}$$

$$F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$$

- Les cordes ouvertes de Dirichlet sont les modes de fluctuation de la D-brane. En particulier les particules de spin 0 décrivent les **fluctuations transverses**.

D-branes et Modèle Standard

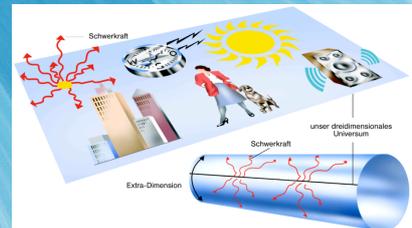
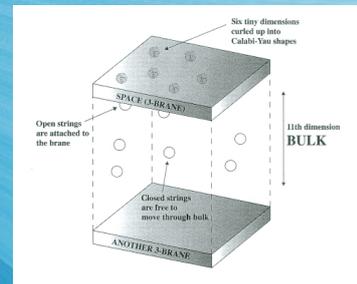
- En présence de N D-branes, le champ de spin 1 se comporte comme un **boson vecteur pour la symétrie U(N)**, et les champs de spin 0 comme des bosons de Higgs: ce sont les ingrédients du Modèle Standard !
- On peut aussi obtenir les quarks et leptons en considérant des D-branes en **intersection**



	$N_2 (Y=-\frac{1}{2})$	$N_3 (Y=-1)$	$N_6 (Y=0)$	
+3		-3	-3	$N_1 (Y=-\frac{1}{3})$
				baryonic
	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	\bar{u}_L	\bar{d}_L	
+6	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix}$	-6	+6	$N_4 (Y=0)$
				leptonic
	$(1, 2)_{1/2}$	$\bar{\nu}_L$	$(1, 1)_{-1}$	
+3		-3	+3	$N_5 (Y=-1)$
				leptonic
	left	right	right	

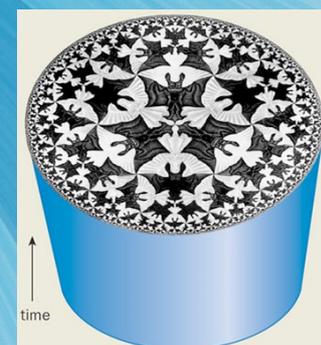
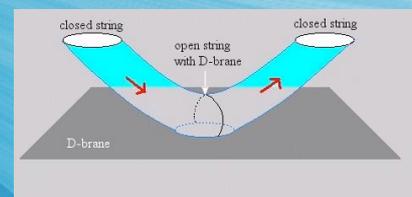
L'univers sur une D-brane

- Notre univers serait-il localisé sur une **D-brane**, où se propagent les champs du **Modèle Standard**, tandis que les **gravitons** et autres cordes fermées se propagent dans un **espace-temps de plus grande dimensionalité** ?
- Dans ce type de scénario, **l'échelle des cordes $1/l_s$ peut être très inférieure à la masse de Planck**. En fait, les dimensions supplémentaires pourraient être de l'ordre de $10 \mu\text{m}$, à la portée d'expériences de physique atomique !
- Cela ouvre aussi de nouvelles perspectives pour la **cosmologie**: Big-Bang = collision de D-branes etc.



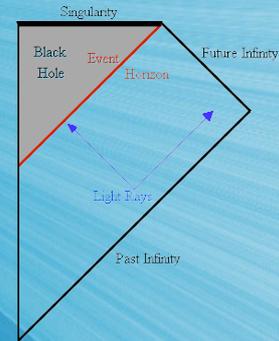
D-branes et dualité holographique

- Une D-brane est aussi **source de champ gravitationnel**, via l'échange de cordes ouvertes.
- Pour N grand, elle peut aussi être décrite comme **solution régulière** des équations de la Relativité Générale (ou de la **supergravité**), analogue aux solutions de trous noirs
- Ces deux descriptions duales conduisent à la **correspondance holographique** (cf Maldacena): la gravité quantique au voisinage de l'**horizon** de la D-brane est **équivalente** aux interactions de jauge qui se propagent sur la D-brane !
- Cette correspondance est pour le moment restreinte au cas des **espace-temps de courbure négative** (Anti-de Sitter). Ce n'est pas le cas de notre Univers :-)



D-branes et entropie des trous noirs

- Bekenstein et Hawking ont observé que l'aire de l'horizon d'un trou noir satisfait aux mêmes principes que l'entropie d'un système thermodynamique.
- La réalisation des trous noirs en termes de D-branes fournit une explication statistique à ce comportement thermodynamique
- En effet, selon la correspondance holographique un trou noir est dual à un plasma de quarks-gluons de même entropie, énergie et température
- Mieux encore, les équations de Navier Stokes décrivant le fluide de quarks-gluons sont les mêmes que les équations de la Relativité Générale décrivant l'évolution de l'horizon !



$$S_{BH} = \frac{k_B c^3}{\hbar G} \frac{A}{4}$$

Conclusions

- La théorie des cordes est une théorie cohérente de la gravitation quantique, qui incorpore tous les ingrédients du Modèle Standard et de ses extensions.
- Notre compréhension de la théorie des cordes est encore imparfaite: la formulation actuelle est essentiellement perturbative, au voisinage de l'espace-temps plat ou AdS.
- La théorie des cordes reste à valider expérimentalement. Dans l'intervalle, sont utilité mathématique n'est plus à démontrer.
- La notion de surface est au cœur de la théorie des cordes, mais sujette à bien des avatars: plongements Lorentziens minimaux, surfaces de Riemann, sous-espaces calibrés, horizons, ...

Et les TIPE ?

- ♦ Coordonnées isothermes et uniformisation des surfaces
- ♦ Espace des modules du tore et invariance modulaires
- ♦ Supersurfaces, superplongements...
- ♦ Surfaces minimales et sous-espaces calibrés
- ♦ Structures causales et horizons dans les espaces Lorentziens
- ♦ Thermodynamique des trous noirs
- ♦ Intégrales matricielles et triangulations des surfaces

Références

- ♦ J. Maldacena, « The illusion of gravity », Scientific American, Nov 2005
- ♦ L. Randall, « L'équation ultime pour la physique », La Recherche, Oct 2005
- ♦ B. Zwiebach, « A first course in string theory », Cambridge Univ. Press 2004
- ♦ E. Kiritsis, « String Theory in a Nutshell », Princeton Univ. Press 2007
- ♦ D. Tong, « String Theory », <http://arxiv.org/abs/0908.0333>

